54694

GERSCHEL'S ANTIQUARIAT STUTTGART

Accessions

Shelf No. E.197.39

SICUT PATRIBUS SIT DEUS NOBIS
BOSTONIA CONDITA AD. 1630.
CIVITATIS REGIMINE DONATA AD. 1822.

NATH. BOWDITCH, OB. MAR. XVI. MDCCCXXXVIII

BOSTON PUBLIC LIBRARY

FROM THE

Bowditch Fund.

Rec'd

Heliotype Printing Co.

GEOMETRIÆ PRACTICÆ NOVÆ

Tractatus I.

Darinnen auß rechtem Fundament gewiſen wird, wie man in der Geometria auff dem Papier vnd Lande, mit denen darzu gehörigen Inſtrumenten, als Circkel, Richtſcheid, Winckelhacken ꝛc. Ja zur noht ohne dieſelben verfahren vnnd operirn ſolle.

Allen denen ſo Lateiniſcher vnd anderer Sprachen vnerfahren, Oder auch gantz keinen anfang; vnd doch luſt zur Geometriæ haben Zum beſten geſtellt

Durch M. Danielem Schwenter Profeſſorem Altorfinum.

Nürnberg bey Simon Halbmayern.

AD ASTRA

PYTHAGORAS

ARCHIMEDES

INVENTUM CENTUM BOUM MACTATIONE DIGNUM.

DA POSSIM FIGERE PEDEM, TERRAM MOVEBO.

GLORIA VIRTUTE PARATUR

Bauer Inv. — Pet. Iselburg sculpſ.

ELEMENTA
GEOMETRICA,

IN USUM GEOMETRIÆ Studioſorum ex varijs Authoribus collecta.

PER

M. EBERHARDUM WELPERUM,
Philo-Geometram.

Cum Figuris & Schematiſmis, in 32. tabulis æneis diligenter elaboratis, ob oculos poſitis.

ARGENTORATI,

Sumptibus Authoris,

EXCUDEBAT JOHANNES REPPIUS, Anno M. DC. XX.

Proſtant ibidem apud Jacobum ab Heyden, Chalcograph. & Hollandum Findlerum, Bibl.

Per Illuſtribus ac Generoſiſſimis Dominis;

DOMINO HENRICO QVINTO RUTHENO, Dynaſtæ à Plawen/Domino in Graitz/ Cranichfeldt/Gera/Schlaitz & Lobenſtein/&c.

DOMINO SIGISMUNDO RUDOLPHO, & DOMINO JOANNI RICHARDO, à Polhaimb/in Liechtenegg/Partz & Steinhauß/&c. Fratribus Germanis;

Dominis meis clementibus, S.

PRæſtantiſſimus Philoſophus Plato, Perilluſtres ac Generoſiſſimi Domini, Domini Clementes, foribus Auditorÿ ſui inſcripſiſſe fertur, οὐδεὶς ἀγεωμέτρητος εἰσίτω, Nullus Geometriæ ignarus ingrediatur. *Qua inſcriptione duo nobis proponere voluit: primum, ab ineunte ætate & annis teneris, priùs quàm ſublimiores facultates aggrediamur, Geometriam addiſcendam, ejusq́; præcepta nobis inculcanda eſſe: Secundum, Geometriæ cognitionem ad ſublimiores facultates maximè neceſſariam eſſe, ad easq́; rectè percipiendas multum adjumenti adferre. Quanta enim Geometriæ & Diſciplinarum reliquarum Mathematicarum ſit utilitas, imò neceſſitas, ÿ nôrunt, qui ſublimiora pertractare cœperunt, hisq́; priùs non cognitis, felices in iis progreſſus facere non potuerunt: ſiquidem ex Platonis ſententiâ, Mathematicæ Diſciplinæ animum erigunt, & ad divinarum rerum contemplationem mentis aciem exacuunt: quod per ſingulas facultates verum demonſtrabimus.*

 Primò

Primò *enim ad Sacras literas rectè percipiendas interpretandasq́; multum emolumenti conferunt : numerorum ſiquidem inſcitiâ multa non intelligi poſſunt, quæ tranſlatè ac myſticè poſita ſunt in Scripturis : quod confirmat* D. Hieronymus tomo 1. Epiſt. 5. *dicens, magnam ineſſe numeris vim ad multa myſteria in Scripturis intelligenda: &* eodem loco, *Geometriam, magnam afferre Theologis utilitatem perhibet.* Beatus Auguſtinus lib. 2. cap. 16. de doctrinâ Chriſtianâ teſtatur, *Muſicam perneceſſariam eſſe Doctori Chriſtiano : &* cap. 19. *Theologos debere etiam Geographiâ eſſe inſtructos. Et* D. Baſilius *maximè commendatur, quòd in Aſtronomiâ, Geometriâ, numerorum cognitione, cæteriſq́; Scientiis Mathematicis, fuerit non mediocriter verſatus.*

Deinde *ad Reipub. adminiſtrationem tempore pacis & belli, ad agriculturam, & hujusmodi alia, summè ſunt neceſſariæ Diſciplinæ Mathematicæ, cujus rei multa exempla hiſtoriæ nobis ob oculos ponunt, & etiamnum hodiernus dies teſtatur. Sulpitius olim ob ſcientiam Eclipſis Lunaris, quæ ſolùm in Aſtronomiâ edocetur, ingenti metu exercitum totum liberâſſe ſcribitur. Quod idem de Pericle Athenienſi, nec non Diogene Siciliæ Rege teſtantur Hiſtorici. At verò Nicias Athenienſium Imp. ob huius rei ignorationem metu perculſus, Claſſem portu educere non eſt auſus, haud parvo Reip. Athenienſis incommodo & jacturâ. Superioribus etiam annis, quibus novus Orbis Indiæ Occidentalis exploratus atque detectus fuit, Colonus, quem vulgò Columbum vocant, Ductor Exercitus Ferdinandi Regis Hiſpaniarum, apud Jamaicam Inſulam, totum Exercitum Chriſtianorum ab imminente morte, divinæ Aſtronomiæ auxilio eripuit. Cùm enim univerſus Hiſpanorum Exercitus in ultimo jam vitæ periculo eſſet conſtitutus, neque Dux à Jamaicenſibus alimenta ullo poſſet modo impetrare (hac enim ratione exercitum Chriſtianorum facilè ſine armis poſſe expugnari Barbari ſperabant) Rectoribus Jamaicenſium nunciari*

ciari

ciari jubet, ni ſibi ſuisq; omnibus neceſſaria ad victum ſubminiſtrent, plurima illis ac ſuprema mala imminere: in cuius rei teſtimonium non multò pòſt Lunam obſcuratam eos viſuros eſſe, quam quidem ipſe in Aſtronomia eximiè verſatus jamjam defecturam cognoſcebat. Contempſerunt quidem primò Barbari juſſa Ducis Chriſtiani ac minas: at cùm ad conſtitutum ab ipſo tempus Lunam deficere ſenſim conſpicerent, neq; hujus rei cauſam intelligerent, ad ipſius Ducis cæterorumq; militum pedes pervoluti, uti ſibi ignoſcerent, obnixè efflagitârunt. Hujus & ſimilium exemplorum conſideratione moti, non immeritò Ptolemæus aſſeruiſſe videtur, optimum Aſtrologum multum mali prohibere & ſapientem Aſtronomum multum boni hominibus procurare poſſe. Silentio prætermitto, quòd hæ diſciplinæ apud veteres ſemper in magno pretio habitæ fuerint; nec apud Aegyptios ulli Sacerdotes aut Pontifices creabantur, niſi Mathematici: nulli apud Perſas ſalutabantur Reges, niſi Mathematici. Imò Imperatores & Reges plures his maximè delectati fuerunt. Julio enim Cæſari Aſtronomicum ſtudium ſummæ curæ fuit, qui ex Aegypto ſecum duxit Soſigenem, Mathematicum inſignem, cujus operâ plurimum eſt uſus in ordinatione anni ad curſum Solis. Hic tantum hoc ſtudio delectatus fuit, ut ipſemet de ſeipſo apud Lucanum dixerit:

— — — — media inter prælia ſemper
Stellarum cœlique plagis, ſuperisque vacavi.

Hunc ſecutus eſt Adrianus Imp. adeò in motibus aſtrorum verſatus, ut ſingulis annis ſibi conſcripſiſſe prognoſticon referant hiſtoriæ. Quid dicam de Alphonſo Hiſpaniarum Rege? qui adeò doctus in Aſtrorum ſcientiâ extitit, ut inſigne opus tabularum Aſtronomicarum compoſuerit. Prætereo ex recentioribus Carolum V. Imper. Ferdinandum ejus fratrem, Philippum Hiſpaniarum Regem, Maximilianum & Rudolphum Impp. Philibertum Ducem Sabaudiæ, VVilhelmum Landgravium Haſſiæ, & multos

alios magnos Heroës, qui hanc ob cauſam nomen perenne ſibi acquiſiverunt.

Tertiò *Medicinæ adeò conducunt Scientiæ Mathematicæ, ut Galenus Medicorum Princeps ægrotos moneat, ne ſe committant manibus Medicorum Aſtrologiam ignorantium: ait enim, medicamenta parùm aut nihil prodeſſe temporibus incongruis exhibita, imò verò ſæpènumero nocere: hæc autem tempora ex Planetarum duntaxat motibus, qui ad Aſtronomiam pertinent, cognoſci poſſunt.*

Quartò, *maximè etiam neceſſariæ ſunt ad Philoſophiam Naturalem, Moralem, Dialecticam & reliquas huius generis doctrinas artesq́ perfectè acquirendas: omnia enim volumina antiquorum Philoſophorum, maximè Ariſtotelis & Platonis, eorumq́ ferè omnium Interpretum exemplis mathematicis ſunt referta, eam potiſſimum ob cauſam, ut ea, quæ alioquin multis obſtructa difficultatibus videbantur eſſe, per exempla hujusmodi clariora magisq́ perſpicua fierent, quæ procul dubio nullâ ratione percipiet is, qui Scientiarum mathematicarum omninò eſt expers. Plato in Philebo omnes diſciplinas ſine Mathematicis viles eſſe aſſerere non dubitavit. Idem in 7. de Repub. præcipit, Mathematicas diſciplinas primò omnium addiſcendas eſſe, propter varias ac multiplices earum utilitates, non ſolùm ad reliquas artes rectiùs percipiendas, verùm etiam ad Rempub. benè adminiſtrandam. Ibidem etiam affirmat, præcipuè Arithmeticos naturâ ad omnes doctrinas aptos eſſe idoneosq́, adeò ut etiamſi nullam aliam nobis hæ ſcientiæ afferrent utilitatem, perdiſcendas tamen omni ſtudio eas eſſe ſtatuat, quòd ingenium mentemq́ ad reliquas artes omnes capeſſendas aptiorem reddant & acutiorem: quod quidem experientiâ ipsâ comprobatur. Videmus enim eos, quorum ingenium facilè & nullo negotio hiſce diſciplinis accommodatur, fructus non exiguos ex aliis ſcientiis percipere: quare meritò Plato in ſuis Scriptis iterùm atq́ iterùm eas nobis commendat, & omnis eruditionis*

ingenuæ

ingenuæ viam appellat. Ad has utilitates accedit etiam maxima jucunditas atq; voluptas, qua cujusq; animus his artibus colendis exercendisq; perfunditur. Sunt enim hæ præcipuæ ex ſeptem artibus liberalibus, in quibus non ſolùm ingenui adoleſcentes, verùm etiam Imperatores, Reges, Principes ad honeſtiſſimam maximèq; liberalem oblectationem animi, quam ſummâ etiam cum utilitate conjunctam pariunt, diu multumq; verſari ſolebant.

Cæterùm, quanta ſit horum Elementorum Geometricorum præſtantia atq; utilitas, partim ex hactenùs dictis conſtat, partim ex ſequentibus percipi poteſt. Dicuntur elementa Geometrica eam ob cauſam, quòd ſine ipſis nullum opus Mathematicum poſſimus aggredi, ne dicam fructum aliquem inde percipere. Omnes enim Scriptores Mathematici in ſuis demonſtrationibus uſurpant Euclidis elementa tanquam principa omnibus jam diu perſpecta atq; demonſtrata. Quamobrem ſicut is, qui legere vult, elementa literarum diſcit prius, & illis aſſiduè repetitis utitur in vocibus omnibus exprimendis: ſic qui alias diſciplinas Mathematicas ſibi familiares reddere deſiderat, elementa hæc Geometrica plenè ac perfectè calleat prius neceſſe habet. Ex his enim veluti fonte uberrimo omnis longitudinum, latitudinum, altitudinum, profunditatum; omnis agrorum, montium, Sylvarum dimenſio atq; diviſio; omnis in cœlo per inſtrumenta ſyderum obſervatio; omnis horologiorum Sciothericorum compoſitio; omnis machinarum vis & ponderum ratio; omnis apparentiarum variarum, qualis cernitur in ſpeculis, in picturis, in aquis & in aëre variè illuminato, diverſitas manat. Ex his machinæ totius hujus mundanæ eſt inventum medium atq; centrum, inventi cardines, circa quos perpetuò convertitur; orbis deniq; totius explorata figura ac quantitas, & his ſimilia ſexcenta alia.

Hæc cùm ita ſint, Per Illuſtres ac Generoſiſſimi Domini, Domini clementes, meritò Diſciplinas Mathematicas, & inprimis Elemēta hæc Geometrica, vobis commendata habebitis, iisq; ſedulò

invi-

invigilabitis, quod hactenùs præſtitiſtis laudabiliter, in iiſq́ progreſſus feciſtis haud conteẽendos, ita ut nũc facili negotio & magno cum fructu ad quemvis Mathematicum Scriptorem accedere poſſitis. Et quoniam de his ipſis Elementis Geometricis me diſſerentem hactenùs clementer audire dignati eſtis, multis etiam inſuper beneficiis affeciſtis, quæ nec compenſare quidem, ne dicam reddere mihi integrum ſit: obſervantiæ tamen & gratitudinis teſtificandæ gratiâ chartaceum hocce munuſculum, cùm nihil mihi ſuppetat aliud, extare, illudq́ Generoſitati Veſtræ ſubmiſsè offerre volui; obnixè rogans, ut oblationem hanc & benignâ fronte ſuſcipere, & me contra Zoilorum iniquas allatrationes, utpote ſub cujus patrocinio hæc in publicam lucem proferuntur, clementer tueri, meq́ in poſterum, ſicut hactenùs, ſuâ gratiâ fovere velit: Deum Opt. Max. ardentibus invocans precibus, ut Generoſitatem Veſtram incolumen & ab omni adverſitate immunem quàm diutiſſimè conſervet. Scriptum Argentorati, die Solſtitij æſtivi Anno 1620.

GGG. VVV.

Subjectiſſimus

M. Eberhardus Welper.

ELEMENTORUM GEOMETRICORUM

Pars prior.

CAPUT I.

De Geometriæ Definitione, Objecto & Diviſione.

GEOMETRIA eſt ars benè metiendi. *Benè autem metiri eſt rei cujusq; menſurabilis naturam, vim atque proprietatem conſiderare, aut ejus quantitatem certâ aliquâ famoſâ menſurâ exprimere.*

Objectum Geometriæ, *ſive res ad benè metiendum propoſita*, eſt MAGNITUDO.

Magnitudo eſt quantitas continua.

Continuum eſt, cujus partes communi termino continentur.

Terminus eſt magnitudinis extremum. *Itaq; magnitudo infinitè & creatur, & continetur, & ſecatur iisdem, quibus terminatur.*

Magnitudinis principium & finis eſt punctum : *principium quidem in compoſitione ; finis verò in reſolutione Magnitudinis.*

Punctum eſt ſignum in magnitudine individuum.

Differt Geometria à Geodæſia, *quia* illa *verſatur circa* τὰ νοητὰ, intelligibilia, hæc *verò circa* τὰ αἰσθητὰ, ſenſibilia.

Illa *theoretica eſt*, hæc *practica*.

Illa *dividitur in* DATA & QUÆSITA, *hoc eſt, in magnitudinis, ejusq́, ſpecierum definitiones, & affectionum ſeu proprietatum explicationes:* Hæc *verò* in Euthymetriam, Planimetriam & Stereometriam, *quia propoſitæ magnitudinis materiatæ quantitatem notâ quâdam menſurâ exprimit.*

De illa *in hoc Tractatu agemus*; *de* hac *verò peculiarem brevi in lucem emittemus libellum.*

CAPUT II.

De affectione Magnitudinis.

IN magnitudine conſiderantur *Affectiones & Species.*

Affectiones magnitudinis ſunt vel *à numeris*, vel *à ſeipſis.*

A numeris eſt *Symmetria & Ratio*: à *ſeipſis Congruentia* & *Adſcriptio.*

Magnitudines ſymmetræ (ut A, B,) *ſunt*, quas eadem menſura (C) exactè metitur: *Aſymmetræ* (D, E,) contrà; quas eadem menſura (F) non exactè metitur. *Poſſunt tamen magnitudines ratione unius quidem menſuræ eſſe ſymmetræ*; *ratione verò alterius aſymmetræ, & contrà.*

Rationales (A, B,) *ſunt*, quarum ratio eſt explicabilis numero datæ menſuræ (C:) *irrationalis* (D, E,) contrà.

Magnitudines congruæ (G G, H H,) *ſunt*, quarum partes applicatæ partibus æqualem locum occupant.

Magnitudines igitur congruæ ſunt æquales.

Magnitudines adſcriptæ (I, K,) *ſunt inter ſe*, quando unius termini alterius terminis terminantur: *quæ intra eſt, dicitur* inſcripta, *quæ extra*, circumſcripta: *unde adſcriptionis duæ ſunt ſpecies*, Inſcriptio & Circumſcriptio.

CA-

Caput III.

De Magnitudinis ſpeciebus, & primò de Linea.

MAGNITUDO *eſt* Linea, *aut* Lineatum.

Magnitudo comprehenditur vel ſub *una*, vel *duabus*, vel *tribus* dimenſionum ſpeciebus. *Dimenſionum autem ſpecies ſunt* Longitudo, Latitudo & Profunditas.

Linea (A) itaque magnitudo eſt tantùm longa, *hoc eſt, unicam tantùm dimenſionem habens.*

Lineæ termini ſunt puncta.

Lineæ conſiderantur vel *ſimpliciter & per ſe*, vel *comparatè & inter ſe.*

Simpliciter conſideratæ, ſunt vel rectæ, vel curvæ.

Linea recta (B) eſt, quæ intra ſuos terminos æqualiter interjacet: *curva* (C) contrà, quæ inæqualiter. *Itaq; recta eſt breviſſima inter eoſdem terminos; & rectâ rectior dari non poteſt, ac proinde inter eoſdem terminos eſt unica & ſingularis. Hujus deſcribendæ inſtrumentum geometricum eſt Regula* (D) Curvæ verò, cùm inæqualiter ſuos intra terminos interjaceãt, variant: ita ut vel *ſimpliciter curvæ* ſint, vel *variæ.*

Linea ſimpliciter curva eſt peripheria; *varia* verò helix.

Peripheria (E) eſt linea curva, quæ diſtat æqualiter à medio comprehenſi ſpatij. *Itaq; peripheria ſit converſione lineæ rectæ, altero termino quieſcente, altero lineante. Hujus deſcribendæ inſtrumentum eſt circinus* (F.)

Helix eſt linea curva, quæ diſtat inæqualiter à medio utcunque comprehenſi ſpatij: *Talis eſt linea flexuoſa* (G) *Conchalis vel Spiralis* (H) *Ovalis* (I.)

Linea curva tangitur à *recta* vel *curva*, quando ambæ

ita concurrunt, ut continuatæ non interſecentur: *itaq; tactus fit unico puncto* (K.)

Lineæ inter ſe comparatæ, ſunt vel *perpendiculares*, vel *obliquæ* ſive *inclinatæ*, vel *parallelæ*.

Perpendiculares ſive *lineæ inter ſe rectæ* (L) ſunt, quarum altera in alteram incidens, æqualiter interjacet: *Harum inſtrumentum* (M) *Norma dicitur: Obliquæ* vel *inclinatæ* (N) contrà. *Itaq; ſi recta eſt perpendicularis rectæ, eſt ab eodem termino & eadem parte ſingularis.*

Lineæ parallelæ (O) ſunt, quæ ubiq; diſtant æqualiter.

Itaq; lineæ eidem parallelæ ſunt, inter ſe parallelæ.

CAPUT IV.

De Lineato, & primùm de Angulo.

L*Ineatum* eſt magnitudo plus quàm longa, è lineis conſtans. *Itaq;* termini lineatorum ſunt lineæ.

Lineatum eſt vel *Angulus*, vel *Figura*.

Angulus eſt lineatum in communi ſectione terminorum indirectorum.

Termini comprehendentes angulum dicuntur *crura* anguli.

Angulus eſt vel *homogeneus*, vel *heterogeneus*.

Homogeneus eſt, qui ex ejusdem generis cruribus conſtat, ſive duobus rectis (A) ſive duobus obliquis (B.) *Heterogeneus* (C) contrà, qui mixtis, hoc eſt recto & curvo ſimul conſtat.

Angulus homogeneus alius eſt *rectus*, alius *obliquus*.

Rectus (D) eſt, cuius crura ſunt inter ſe recta ſive perpendicularia, & hi omnes inter ſe ſunt æquales: *ut enim lineâ rectâ, ſic & angulo recto rectiorem dare non poſſumus. Atq; Norma in-*

ma inſtrumentum eſt lineæ rectæ ſuper rectam in eodem plano rectè erigendæ ſive angulum rectum conformandi.

Angulus obliquus eſt, cujus crura inter ſe non ſunt ad perpendiculum erecta: Eſtque vel *obtuſus* vel *acutus*.

Obtuſus (E) eſt obliquus angulus maior recto.

Acutus (F) verò eſt obliquus angulus minor recto.

CAPUT V.

De Figura.

FIgura eſt lineatum undique terminatum. *Ejus genera duo ſunt*, Superficies & Corpus.

In figura conſiderantur *partes* & *Affectiones*.

Partes ſunt, Centrum, Perimeter, Radius, Diameter, Altitudo.

Centrum (A) eſt punctum in figura medium.

Perimeter (B) eſt comprehenſio figuræ.

Radius (C) eſt recta à centro ad perimetrum.

Diameter (D) eſt recta inſcripta figuræ per centrum.

Itaq; diametri in eadem figura ſunt infinitæ: Et centrum figuræ eſt in diametro ac proinde etiam in concurſu diametrorum.

Altitudo eſt perpendicularis à vertice figuræ in baſin: *& hæc cadit vel intra figuram* (E) *vel extra figuram* (F) *in baſin prolongatam.*

Affectiones figurarum conſiderantur vel in *una figura*, vel in *duabus*.

In una figura conſideratur *Ordinatio, Primatus & Ratio*.

Figura ordinata (G) eſt figura æquitermina & æquiangula. *Itaq; in omni figurarum genere una eſt ordinata, reliquæ omnes inordinatæ.*

Figura prima eſt figura in alias ſimpliciores individua:

Talis eſt in planis rectilineis Triangulum(H:) *in ſolidis planis Pyramis.*

Figura rationalis(I)eſt quæ comprehenditur à baſi & altitudine rationabilibus inter ſe: irrationalis contrà. *Itaq; numerus figuræ rationalis figuratus dicitur, & numeri unde fit, latera figurati vocantur.*

Affectiones *duarum figurarum* conſiderantur ratione *Iſoperimetrorum, proportione Primarum* & *Similitudine.*

Figuræ Iſoperimetræ (K) ſunt figuræ, æquales perimetros vel ambitus habentes.

Ex figuris iſoperimetris homogeneis ordinatior eſt maior: ex heterogeneis verò ordinatis terminatior eſt maior: omnium autem capaciſſima eſt circuli area.

Si *figuræ primæ*(L) ſive æquè multiplices à primis(M) ſunt æquè altæ, ſunt ut baſes, & contrà. *Itaq; ſi ſunt in baſi æquali, ſunt æquales.*

Si *figuræ primæ* ſunt reciprocæ baſi & altitudine, ſunt æquales; & contrà.

Figuræ ſimiles(N) ſunt figuræ æquiangulæ & proportionales cruribus æqualium angulorum.

Figuræ complentes locum (O) ſunt æquiangulæ, quæ circa idem punctum, quolibet modo collocatæ, nihil inane relinquunt: & angulis ſuis in illo puncto concurrentibus angulos quatuor rectis æquales efficiunt. *Itaq; quatuor quadrata, tria ſexangula æquilatera & ſex triangula æquilatera locum complebunt.* Præter has tres non poſſunt aliæ dari figuræ locum complentes; ratio patet apud Clavium in fine lib. 4. comment. in Euclidem.

CAPUT VI.

De primo figurarum genere, Superficie, ejusq́ prima ſpecie, nempè Triangulo.

FIgurarum genera duo ſunt, *Superficies* & *Corpus*.

Superficies eſt magnitudo & longa & lata, *hoc eſt, duas tantùm dimenſiones habens*.

Superficiei *termini* ſunt lineæ.

Superficies alia eſt *plana*, alia *gibba*.

Superficies plana eſt, quæ æqualiter intra ſuos terminos interjacet: gibba contrà.

Superficies planæ ſunt vel *rectilineæ* vel *curvilineæ*.

Superficies plana rectilinea eſt, quæ rectis comprehenditur lineis.

Hujus ſpecies ſunt Triangulum & Triangulatum.

Triangulum eſt quod comprehenditur à tribus lineis rectis. *Itaq́ ſi termini duarum rectarum angulum comprehendentium rectâ quâdam connectantur, conſtituetur triangulum.* Et triangulum eſt prima figura rectilinearum.

Triangulum conſideratur vel *ratione laterum*, vel *ratione angulorum.*

Ratione laterũ, aliud eſt Iſopleuron, aliud Iſoſceles, aliud Scalenum.

Iſopleuron (A) ſive æquilaterum eſt, quod tribus conſtat lateribus inter ſe æqualibus.

Iſoſceles (B) ſive æquicrurum, quod duo duntaxat habet latera æqualia.

Scalenum (C) ſive varium, cujus tria latera ſunt inæqualia.

Ratione

Ratione angulorum, aliud eſt triangulum *Rectangulum*, aliud *Obliquangulum*.

Triangulum rectangulum (D) aliàs orthogonium dictum, eſt, quod unum habet angulum rectum.

Triangulum obliquangulum eſt, quod omnes habet angulos obliquos; eſtque vel *Obtuſangulum* vel *Acutangulum*.

Obtuſangulum (E,) amblygonium aliàs, eſt, quod unum angulum habet obtuſum.

Acutangulum (F,) aliàs Oxygonium, eſt, quod omnes angulos habet acutos.

Notandum hîc, quod in omni triangulo, ſi latus unum feceris baſin, reliqua, crura vocentur: in ſpecie tamen in orthogonio ſive rectangulo (G,) latus (b) angulo recto (a) oppoſitum Hypotenuſa vocatur: è reliquis verò alterum, quod in imo jacet (d,) Baſin, alterum (c,) Cathetum ſive perpendicularem appellare ſolemus.

Caput VII.

De Triangulato & Parallelogrammi partibus.

Triangulatum eſt figura rectilinea è triangulis compoſita, quæque in eadem reſolvi poteſt; *ac triangulati latera ſunt binario plura triangulis.*

Genera Triangulatorum duo ſunt, *Quadrangulum* (A) & *Multangulum* (B.)

Quadrangulum (A) eſt, quod comprehenditur à quatuor lineis rectis. Eſtque vel *Parallelogrammum*, vel *Trapezium*.

Parallelogrammum (A) eſt quadrangulum lateribus oppoſitis parallelum.

In pa-

In Parallelogrammo (C) conſiderantur *Partes* & *Species*.

Partes ſunt *Diagonalia* (D,) *Complementa* (E) & *Gnomones* (F:) *Omne namq; Parallelogrammum conſtat è binis & Diagonalibus, & Complementis, & Gnomonibus*.

Diagonale eſt particulare parallelogrammum communis anguli & diagonij cum toto Parallelogrammo.

Complementum eſt particulare parallelogrammum à cõterminis Diagonalium lateribus comprehenſum.

Gnomo eſt alterum Diagonale cũ duobus Complemẽtis.

Cap. VIII.

De Speciebus Parallelogrammi, Trapezio & Multangulo.

Parallelogramma diſtinguuntur vel ratione *Angulorum*, vel ratione *Laterum*.

Ratione Angulorum, aliud eſt *Rectangulum*, aliud *Obliquangulum*.

Parallelogrammum *Rectangulum* (A,B) eſt, quod, omnes angulos rectos habet: *Obliquangulum* (C,D) contrà, quod omnes obliquos habet.

Ratione Laterum, aliud eſt *Aequilaterũ*, aliud *Inæquilaterũ*.

Parallelogrammum rectangulum *æquilaterum* vocatur Quadratum (A:) *inæquilaterum* verò oblongum (B.)

Parallelogrammum obliquangulum *æquilaterum* eſt Rhombus (C:) *inæquilaterum* verò Rhomboides (D.)

Trapezium (E) eſt quadrangulũ non parallelogrammũ.

Triangulatum Multangulum (F) eſt, quod pluribus quàm quatuor lineis rectis comprehenditur, ut Quinquangulum, Sexangulum, Octangulum &c. *In quolibet autẽ Multanguli genere unum ordinatum eſt, reliqua inordinata.*

CAPUT IX.

De Figuris ſive Superficiebus planis curvilineis, & in ſpecie de Circulo.

HActenùs figurarum planarum rectilinearum varietas explicata fuit; ſequitur nunc *Geometria curvilinearum*, inter quas principem locum occupat *Circulus*.

Figuræ planæ curvilineæ ſunt vel *Simplices*, vel *Miſtæ*.

Figura plana curvilinea *ſimplex* unica eſt & ſingularis, *Circulus* (A;) qui definitur figura plana & rotunda ſub unâ lineâ comprehenſa, ad quam ab uno puncto eorum, quæ intra figuram ſunt, cadentes omnes rectæ lineæ inter ſe ſunt æquales: illud verò punctum (B) circuli centrum appellatur.

In circulo conſiderantur *Lineæ* & *Segmenta*.

Lineæ ſunt vel *Inſcriptæ*, vel *Tangentes*.

Inſcriptæ ſunt *Diameter* & *Adiameter*.

Diameter (C) eſt recta inſcripta circulo per centrum, & utrinq; in peripheriâ terminata, circulum bifariam ſecās.

Adiameter (D) eſt recta inſcripta circulo non per centrū, & utrinque in peripheriâ terminata.

Tangentes (E) ſunt, quæ cum circulum tangant, etſi producantur, eum tamen non ſecant.

Segmenta circuli ſunt *Sector* & *Sectio*.

Sector eſt ſegmētum intus comprehenſum à recta linea duplici, faciēte angulū vel in *centro* (F) vel in *peripheria*. (G)

Sectio eſt ſegmentum circuli intus comprehenſum ab una recta, quæ baſis ſectionis dicitur. Eſtque vel *Semicirculus*, (H) vel *Major* (I) vel *Minor* (K) ſemicirculo.

Similia circuli Segmenta (L) ſunt, quæ angulos capiunt æquales, aut in quibus anguli inter ſe ſunt æquales: diſſimilia contrà.

Figu-

Figura plana curvilinea *miſta* eſt, quæ inæqualiter diſtat à medio compreheñſi ſpatij; ut Ovalis, Lenticularis & terminata lineis obliquis miſtis, de quibus ſupra cap.3.

Caput X.

De Superficiebus gibbis.

GIbba *Superficies* eſt, quæ inæqualiter intra ſuos terminos interiacet. Eſtque vel *Sphærica*, vel *Varia*.

Superficies gibba *Sphærica* (A) eſt, quæ undique diſtat æqualiter à centro comprehenſi ſpatij: *fitq́ conversione ſemiperipheriæ* (B) *manente diametro.* (C)

Superficies gibba *Varia* eſt, cuius baſis eſt peripheria; latus verò recta à termino verticis in terminum baſis tendens. Eſtque vel *Conica*, vel *Cylindracea*.

Conica (D) eſt, quæ à ſubiecta peripheria æqualiter faſtigiatur ad verticem: *fitq́ conversione recta* (E) *circa ſubjectam peripheriam, altero termino in vertice quieſcente.*

Cylindracea (F) eſt, quæ à ſubjecta peripheria ad ſublimem æqualem & æquidiſtantem peripheriam æqualiter erigitur: *fitq́ conversione lateris* (G) *circa duas peripherias æquales & æquidiſtantes.*

Caput XI.

De Corpore, & in ſpecie de Pyramide.

HUcuſque de duabus magnitudinis ſpeciebus, *Linea & Superficie*, egimus: ſequitur nunc ut de tertia, *Corpore* videlicet, aliquid quoque agamus.

Definitur autem *Corpus* magnitudo longa, lata & profunda, *hoc eſt, omnes tres dimenſiones habens.*

Atque ut puncta Lineam, lineæ Superficiem; ita nunc ſuperficies Corpus terminant, eiusque extrema exiſtunt.

Axis corporis eſt diameter, circa quam convertitur, axisq; termini *Poli* ſunt, puncta videlicet axin terminantia.

Corpus, aliàs Solidum, aliud eſt *Planum*, aliud *Gibbum*.

Corpus planum eſt, quod comprehenditur à ſuperficiebus planis: *illæ verò ſuperficies ſpeciali nomine* Hedræ *vocantur.*

Corpus planum eſt vel *Pyramis* vel *Pyramidatum*.

Pyramis eſt corpus planum à baſi rectilinea ad verticem uſque æqualibus triangulis faſtigiatum. *Itaq; Pyramidis hedræ ſunt unà plures angulis in baſi.* Et Pyramis eſt prima figura ſolidarum planarum.

Pyramis eſt vel *æquitermina*, vel *inæquitermina*.

Pyramis *æquitermina* (A) eſt, quæ comprehenditur à quatuor trigonis iſopleuris: inde Tetraëdrum ordinatum vocatur. *Ergò ſi quatuor triangula ordinata & æqualia* (B) *ſolidis angulis componantur, comprehendent* Tetraëdrum.

Tetraëdrum latera habet ſex, angulos planos duodecim, ſolidos quatuor.

Pyramis *inæquitermina* (C) eſt, quæ quatuor quidem trigonis, ſed non iſopleuris, continetur. *Huic etiam annumerari poſſunt Pyramides cum baſi quadrangula vel multangula, à laterum numero in baſi nomen acquirentes*, ut Pyramis cum baſi quadrata, (D) oblonga, (E) quinquangulari, (F) ſexangulari (G) &c.

Caput XII.

De Pyramidato, & in ſpecie de Priſmate.

Pyramidatum eſt Solidum ſive Corpus planum è Pyramidibus compoſitum: Eſtque vel *Priſma* vel *Polyëdrum miſtum.*

Priſma

Priſma eſt pyramidatum, cuius duo oppoſita plana ſunt æqualia, ſimilia & parallela; reliqua parallelogramma. *Itaque hedræ Priſmatis ſunt binario plures angulis in baſi.*

Priſma eſt vel *Pentaëdrum* vel *Pentaëdratum.*

Priſma *pentaëdrum* (A) eſt, quod quinque conſtat hædris: *& hoc ſimpliciter priſma dicitur.*

Priſma *pentaëdratum* eſt, quod è pentaëdris eſt compoſitum. Eſtque vel *Hexaëdrum* vel *Polyëdrum.*

Pentaëdratum *hexaëdrum* eſt, quod ſex hedris quadrangulis continetur: Eſtque vel *Parallelepipedum* vel *Trapezium.*

Hexaëdrum *parallelepipedum* eſt, cuius oppoſita plana ſunt parallelogramma: Eſtque vel *Rectangulum*, vel *Obliquangulum.*

Parallelepipedum *rectangulum* eſt, quod hedris rectangulis comprehenditur: Eſtque vel *Cubus*, vel *Oblongum.*

Cubus (B) eſt parallelepipedum rectangulum ſex æqualium hedrarum, unde Iſoëdrum vocatur. *Itaq; ſi ſex quadrata æqualia* (C) *ſolidis angulis componantur, comprehendent Cubum.*

Cubi latera ſunt duodecim, anguli plani 24. ſolidi octo.

Oblongum (D) eſt parallelepipedum rectangulum inæqualium ſex hedrarum: *vel* quod duobus quadratis æqualibus & quatuor parallelogrammis rectangulis itidem æqualibus continetur.

Parallelepipedum *obliquangulum* eſt, quod hedris obliquangulis comprehenditur: Eſtque vel *Rhombus* vel *Rhomboides.*

Rhombus (E) eſt parallelepipedum obliquangulum ſex æqualium hedrarum.

Rhomboides (F) eſt parallelepipedum obliquangulum inæqualium ſexhedrarum: *vel* quod à duabus ſuperficiebus quadratis obliquangulis æqualibus, & quatuor parallelogrammis oblongis itidem æqualibus comprehenditur.

Trapezium (G) eſt hexaëdrum, cuius hedræ neque parallelæ ſunt, neque æquales.

Priſma pentaëdratum *Polyëdrum* eſt, quod pluribus quam ſex hedris inæqualibus comprehenditur: *quale eſt Priſma quinquangulæ* (H) *ſexangulæ* (I) *octangulæ &c. baſis.*

Caput XIII.
De Polyëdro miſto.

HActenùs de *Priſmate*, nunc de *polyëdro miſto.*

Polyëdrum miſtum eſt pyramidatum, quod pluribus quàm ſex hedris conſtat. Eſtque vel *Ordinatum* vel *Inordinatum.*

Polyëdrum miſtum *ordinatum* eſt, quod omnes ſuperficies habet æquales & æquiterminas. Eſtque vel *Triangulæ* baſis, vel *Quinquangulæ.*

Polyëdrum miſtum ordinatum *triangulæ baſis*, eſt pyramidatum è pyramidibus ordinatis compoſitum, vertice ſuo in centro coëuntibus, & ſola baſi ordinata eminentibus: Eſtque vel *Octaëdrum* vel *Icoſaëdrum.*

Octaëdrum (A) eſt polyëdrum miſtum ordinatum, quod ab octo pyramidibus ordinatis, vertice ſuo in centro coëuntibus & ſola baſi æquitermina eminentibus, comprehenditur. *Itaq; ſi octo triangula æquilatera & æqualia* (B) *ſolidis angulis componantur, conſtituent Octaëdrum.*

Octaëdri latera ſunt 12. anguli plani 24. ſolidi 6.

Ico-

Icoſaëdrum (C) eſt polyëdrum miſtum ordinatum, quod à viginti pyramidibus ordinatis, vertice ſuo in centro coëuntibus, & ſola baſi æquitermina eminentibus, comprehenditur. *Itaq; ſi viginti triangula ordinata & æqualia* (D) *ſolidis angulis componantur, comprehendent Icoſaëdrum.*

Icoſaëdri latera ſunt 30. anguli plani 60. ſolidi 6.

Polyëdrum miſtum ordinatum *quinquangulæ baſis* eſt, quod à 12. quinquangulis ordinatis & æqualibus comprehenditur, ac in ſpecie Dodecaëdrum (E) vocatur. *Itaq; ſi duodecim quinquangula ordinata & æqualia* (F) *ſolidis angulis componantur, comprehendent Dodecaëdrum.*

Dodecaëdri latera ſunt 30. anguli plani 20. ſolidi 12.

Polyëdrum miſtum *inordinatum* eſt, quod omnes ſuperficies habet partim æquales & inæquales, partim æquiterminas & inæquiterminas, aliàs quoque Irregulare dictū. *Talia ſunt corpora plana omnia, exceptis quinq; ordinatis & regularibus hactenùs expoſitis*, Tetraëdro *videlicet*, Cubo, Octaëdro, Icoſaëdro, Dodecaëdro. *Ratio cur non plura dari poſſint, patet apud Ramum in Geometriæ ſuæ libro 25. circa finem. Et apud Clavium in fine Comment, lib. 13. Euclidis.*

CAPUT XIV.

HUcusque de Corporibus *planis*, nunc de *gibbis*.

Corpus ſive ſolidum gibbum eſt, quod comprehenditur à ſuperficie gibba. Eſtque vel *Sphæra*, vel *Varium.*

Sphæra (A) eſt corpus gibbum rotundum, factum converſione ſemicirculi, (B) manente diametro.

Qua autem ratione Sphæra ſive Globus ritè confectus papyro obducendus ſit, ex figura (C) *apparet, & hujus rei præcepta legantur apud Henricum Glareanum cap. 19. Geographiæ, & Joſephum Langium cap. 89. Geograph.* *Va-*

Varium eſt corpus gibbum, quod comprehenditur à ſuperficie varia & baſi circulari. Eſtque vel *Conus*, vel *Cylindrus*.

Conus eſt corpus varium, quod à conica ſuperficie & baſi circulari comprehenditur: *fitq́ converſione trianguli rectanguli, manente altero crure circa rectum angulum.* Eſtque vel *Rectangulus*, vel *Obliquangulus*.

Conus *rectangulus* (D) fit, ſi crus manens æquale fuerit converſo.

Conus *obliquangulus* eſt vel *Acutangulus*, vel *obtuſangulus*.

Conus (E) *acutangulus* fit, ſi crus manens majus eſt converſo.

Conus *obtuſangulus* (F) fit, ſi crus manens minus eſt converſo.

Cylindrus (G) corpus varium eſt, quod à Cylindracea ſuperficie & oppoſitis baſibus circularibus comprehenditur: *fitq́ converſione parallelogrammi rectanguli, altero latere quieſcente.*

Finis partis prioris.

ELE-

ELEMENTORUM GEOMETRICORUM

Pars poſterior.

Suprà Capite primo dictum fuit, Geometriam *dividi in* DATA & QUÆSITA, *hoc eſt, in Magnitudinis, ejusq́; ſpecierum definitiones & affectionum ſeu proprietatum explicationes. Cùm igitur hactenus* DATA, *Magnitudinis ſcilicet ejusq́; ſpecierum definitiones ac diviſiones, expoſita fuerint; ordinis nunc ratio poſtulat, ut de* QUÆSITIS, *Magnitudinis ſcilicet ejusq́; ſpecierum fabrica, affectionibus & proprietatibus etiam agamus.*

Optimè autem nos facturos ſperamus, ſi QUÆSITA *illa ex* Euclide *Geometrarum Coryphæo petamus, hoc eſt, propoſitiones, quas ille in Libris ſuis Geometricis habet, proponamus, ſicq́; Geometriæ Studioſis januam ad Euclideas Scholas aperiamus, quò in iis feliciter pergere, ac magnos aliquando exinde fructus percipere queãt.*

Euclides *itáq;* Volumen *ſcripſit* Geometricum, *quod titulo Elementorum Geometricorum inſignitur, ac quindecim libris abſolvitur, totam Geometriæ materiam complectens. Ex his Libri ſex priores & ſex poſteriores Geometrici ſunt; reliqui verò & intermedij tres Arithmetici.*

Primi ſex Planimetriam, *affectiones ſcilicet & proprietates Linearum & Superficierum explicant: poſteriores quinq́;* Stereometriam, *Corporum videlicet affectiones ac proprietates exponũt: decimus verò de lineis ac magnitudinibus commenſurabilibus & incommenſurabilibus agit.*

De libris Arithmeticis, ſicut etiam de ſex poſterioribus, hac in parte nihil agemus, ſed tantùm ſex priores proponemus, qui pro Tyronibus hujus artis ſufficiunt, hisq́; ritè perceptis & ipſi ad reliquos illos legendos proprio Marte feliciter progredi poterunt.

Eam autem in cuiusq; Libri tractatione obſervabimus Methodum, ut primò *indicaturi ſimus, quid Euclides in illo libro agat.* Secundò *quas habeat Definitiones, Poſtulata & Axiomata.* Tertiò *quot in quolibet ſint Propoſitiones, quotq; inter illas Problemata & Theoremata.* Quartò *priori loco Problemata, poſteriori Theoremata proponemus.*

Cùmq; hac ratione ordo Propoſitionum Euclidearum neceſſariò invertendus ſit, annotabimus quoq;, quota quælibet juxta Euclidis diſpoſitionem Propoſitio ſit, quò faciliùs in ipſo Authore inveniri, isq; hac ratione Geometriæ Studioſis eò familiarior fieri queat.

ELEMENTORUM GEOMETRICORUM EUCLIDIS Liber primus.

P*Rimi libri materia eſt* Linea recta, Angulus rectilineus, Triangulum & Parallelogrammum.

Materia hæc digeſta eſt in 48. Propoſitiones, quibus præmiſſa ſunt tria Principiorum genera, Definitiones, Poſtulata & Axiomata.

DE DEFINITIONIBUS.

Definitiones, *libri materiam definientes, hoc in loco 36. recenſentur, ut quid ſit Punctum, quid Linea, & Superficies, ac quotuplices, &c. Hæc verò cùm ex hactenùs dictis & prima Geometriæ hujus parte ſatis ſuperq; cognita ſint, non eſt ut cum tædio repetamus, ſed Lectorem eò remittimus, ubi ſanè plura inveniet, quàm Euclides hoc in loco habet, ac æquè neceſſaria.*

DE POSTULATIS.

Poſtulatum, *eſt propoſitio immediata, in qua petitur aliquid, quod factu eſt facile & nulla indiget varia aut prolixa delineatione, ideòq; fabricam è definitione ſubjecti derivatam poſtulat.*

Talia

Talia ſunt tria.

Primum. Poſtuletur ut à quovis puncto ad quodvis punctum rectam lineam ducere concedatur. *Operatio fit per regulam, applicando illam datis duobus punctis & ab uno ad alterum lineam ducendo.*

Secundum. Poſtuletur rectam lineam terminatam in continuum rectà producere. *Operatio inſtituitur applicando lineæ datæ regulam eamq; hoc modo prolongando.*

Tertium. Poſtuletur quovis centro ac intervallo circulum deſcribere. *Operatio perficitur per circinum, eius crura ad datum intervallum extendendo hacq; ratione taliq; radio peripheriam delineando.*

DE AXIOMATIBUS.

Axioma *ſeu communis ſententia vel communis notio eſt propoſitio immediata, quæ per ſe manifeſta eſt, ita ut quivis ſanâ mente præditus eam intelligat, veramq; eſſe cognoſcat, itaq; nullâ demonſtratione indiget.*

Talia ſunt duodecim.

Primum. Quæ eidem æqualia ſunt, ea inter ſe ſunt æqualia.

Secundum. Si æqualia æqualibus fuerint adiecta, tota ſunt æqualia.

Tertium. Si ab æqualibus auferamus æqualia, quæ relinquuntur ſunt æqualia.

Quartum. Si inæqualibus æqualia adjecta ſint, tota ſunt inæqualia.

Quintum. Si ab inæqualibus æqualia ablata ſint, reliqua ſunt inæqualia.

Sextum. Quæ ejusdem duplicia ſunt, inter ſe ſunt æqualia.

Octavum. Quæ ſibi mutuò congruunt, ea inter ſe ſunt æqualia.

Nonum. Totum majus eſt ſuâ parte.

Decimum. Omnes anguli recti ſunt inter ſe æquales.

Undecimum. Si in duas rectas lineas altera recta incidens internos ad eaſdemque partes angulos duobus rectis minores faciat: duæ illæ rectæ lineæ in infinitum productæ ſibi mutuò incident ad eas partes, ubi ſunt anguli duobus rectis minores.

Duodecimum. Duæ rectæ lineæ aream non comprehendunt. *Hiſce Chriſtophorus Clavius, acutiſſimus in Euclidem Commẽtator, alia quædam addit, quæ Studioſis ex ipſo petere licet.*

DE PROPOSITIONIBUS.

Propoſitio *eſt ſententia, quæ principia ſequitur, & ex iiſdem demonſtratur atq; concluditur.* Vel *Propoſitio eſt ſententia fabricam vel propriam ſubjecti affectionem proponens: fidem Veritatis & approbationem ex principiis vel propoſitionibus prioribus requirens.*

Propoſitio alia eſt Problema, *alia* Theorema.

Problema, *ſubjecti fabricam proponens, eſt propoſitio ſeu demonſtratio, quæ jubet ac docet aliquid conſtituere:* vel *in qua nobis aliquid ad agendum proponitur:* vel *quæ opus poſt ſe relinquit, cujus etiã* finis *eſt* Operatio. *Problematis verò demonſtratio clauditur ſemper his verbis,* quod faciendum erat.

Theorema, *ſubjecti affectionem docens, eſt propoſitio vel demonſtratio, quæ ſolùm paſſionem aliquam vel proprietatem unius vel plurium ſimùl quantitatum perſcrutatur.* Finis *ejus eſt* Contemplatio *ſeu* cognitio. *Hujus demonſtratio finitur his verbis,* quod demonſtrandum erat.

Partes

Partes Problematum ac Theorematum ſunt duæ; Subjectum *ſive* Datum, *&* Prædicatum *ſive* Quæſitum.

Subjectum, τὸ διδόμενον *eſt prima pars Problematis vel Theorematis, & res ſubiecta, de qua aliquid proponitur vel quæritur.*

Prædicatum, τὸ ζητούμενον, *eſt altera pars Problematis vel Theorematis, quæ vel conſtituere aliquid aut agere præcipit, vel paſſionem aliquam aut proprietatem Dati explicat.* Atque hæ partes in quibusdam propoſitionibus ſimplices ſunt, in aliquibus verò conjunctæ.

DE METHOTO DEMONSTRANDI Propoſitiones.

In demonſtrandis propoſitionibus Geometræ utuntur Methodo quinq; plerunq; partium.

Prima *eſt* ἡ ἔκθεσις, *Expoſitio dati Subiecti in abacum.*

Secunda *eſt* ὁ διορισμὸς, *Determinatio optatæ fabricæ vel affectionis affirmatæ.*

Tertia *eſt* ἡ κατασκευὴ, *Delineatio & apparatus eorum, quæ ſubiecto deſunt ad Quæſiti inveſtigationem & inventi demonſtrationem.*

Quarta *eſt* ἡ ἀπόδειξις, *Demonſtratio veritatis fabricæ vel affectionis affirmatæ.*

Quinta *eſt* τὸ συμπέρασμα, *Concluſio, quæ ad ipſam redit Propoſitionem, eamq́; confirmatam & demonſtratam jam eſſe colligit.*

Verùm hæc demonſtrandi methodus non ſemper habet omnes haſce partes: interdum enim deeſt ἡ κατασκευὴ, interdum ἡ ἔκθεσις καὶ διορισμός.

Propoſitiones libri primi Element: Geometricorum Euclidis ſunt in univerſum 48. inter quas Problemata *numerantur* 14. Theoremata *verò 34.*

PROBLEMATA.

I. *Propoſitio* 1.

SUper datam rectam finitam (A B) triangulum æquilaterum (A B C) conſtituere.

Hoc in problemate Methodi partes ſequemur, ut artis hujus Tyrones videre poſſint, quomodo in aliis procedendum ſit: in reliquis verò eas omittemus, aut ſaltem τὴν κατασκευὴν *vel* τὴν ἀπόδειξιν *apponemus.*

Ἡ ἔκθεσις. *Eſto recta finita A B.*

Ὁ διορισμός. *Conformandum eſt ſuper eam triangulum æquilaterum.*

Ἡ κατασκευή. *Circa terminum primum A, datæ rectæ A B, radio æquante datam rectam A B, deſcribatur peripheria prima:* deinde *circa terminum ſecundum B, radio eodem, deſcribatur peripheria ſecunda;* Tertiò *à concurſu ſive ſectione peripheriarum C, ad terminos A & B, datæ rectæ A B, ducantur rectæ C A, & C B: Ajo nũc ſuper datam rectam finitam conſtitutum eſſe triangulum æquilaterum, A B C.*

Ἡ ἀπόδειξις. *A centro primæ peripheriæ A, exeunt duo radij æquales, nempè qui in ſectione peripheriarum terminatur eſt æqualis datæ rectæ. Et à centro ſecundæ peripheriæ B, exeunt quoq; duo radij æquales, nempè qui in ſectione peripheriarum terminatur eſt æqualis datæ rectæ: quæ autem eidem ſunt æqualia, inter ſe ſunt æqualia, per axioma primum. Ergò radij amborum circulorum in communi peripheriarum ſectione terminati inter ſe ſunt æquales, & omnes tres æquales conformant triangulum æquilaterum.*

τὸ συμπέρασμα. *Eſt igitur ſuper datam rectam finitam A B, conſtitutum triangulum æquilaterum, quod faciendum erat.*

Breviùs, quod hæc propoſitio docuit, expedire.

Si duæ æquales peripheriæ à terminis datæ rectæ A B, eiusq; intervallo

tervallo concurrant: rectæ à concurſu C, ad dictos terminos conſtituent triangulum æquilaterum ſuper datam rectam. In fabrica autem hujus & ſequentium triangulorum non deſcribendæ ſunt integræ peripheriæ, ſed locus concurſus ſive ſectionis peripheriarum notandus eſt brevibus arcubus.

Fabrica Trianguli æquicruri.

Si duæ æquales peripheriæ à terminis datæ baſis, A B, concurrant, intervallo dati cruris A C, vel B C, rectæ à concurſu C, ad dictos terminos A & B, conſtituent triangulum æquicrurum, A C B.

Fabrica Trianguli ſcaleni.

Si tres rectæ fuerint datæ inæquales A B, B C, C A, duæ autem quælibet conjunctim majores tertiâ; peripheriæq́ à terminis unius A & B, intervallis reliquarum A C, & B C, concurrant; radij à concurſu C, ad dictos terminos A, & B, conſtituent triangulum Scalenum, A C B.

II. *Propoſitio* 2.

AD datum punctum, (A) datæ rectæ lineæ (BC) æqualem rectam (A D) ponere.

Circa datum punctum A, radio æquante datam rectam B C, deſcribatur peripheria; & ex A, ducatur recta ad peripheriam, hæc æqualis erit datæ rectæ, B.

III. *Propoſitio* 3.

DAtis duabus rectis lineis inæqualibus, (AB, CD,) de majori (CD,) æqualem minori (AB) rectam lineam detrahere.

Circa terminum longioris C, deſcribatur peripheria, radio æquante

æquantem minorem A B. Aio ſegmentum datæ longioris, quod centro C, & peripheria terminatur, eſſe æquale datæ breviori, A B.

IV. *Propoſitio* 9.

DAtum angulum rectilineum (B A C) bifariam ſecare.

Dati anguli rectilinei crura A B, A C, æquentur per problema 3. & circa æquationis terminos D, E, deſcribantur duæ peripheriæ æquales ſeſe ſecantes, radio quantocunq; recta nunc ducta à concurſu peripheriarum F, ad verticem anguli A, biſecabit eam.

Vel

Ex centro A, dati anguli rectilinei B A C, circino aliquo abſcindantur rectæ æquales A D, & A E, cujuscunq; magnitudinis, & circino non variato (poſſet tamen variari, ſi velles) ex centris D, & E, deſcribantur duo arcus ſeſe ſecantes in F: recta igitur ducta ex F, in A, ſecabit angulum bifariam.

Nota. *Si arcus D E, in quotcunque partes æquales ope circini diviſus fuerit, & per ſingulas ex A, rectæ ductæ lineæ, angulus in partes quotlibet deſideratas diviſus erit.*

V. *Propoſitio* 10.

DAtam rectam lineam finitam (A B) bifariam ſecare.

Circa terminos datæ rectæ deſcribantur duæ æquales peripheriæ, radio quantocunq; & puncta concurſus C, D, connectantur recta, hæc datam A B, biſecabit in E.

Vel

Ex centro A, uno datæ rectæ extremo, ad intervallum quodvis, quod tamen dimidium datæ lineæ A B, excedat, deſcribantur duo arcus, unus ſupernè, alter infernè: & ex centro B, altero ejusdem lineæ extremo, ad idem intervallum, alij duo arcus delineentur,

qui

D

qui priores ſecent in C, & D. Recta nunc ducta per interſectionum puncta C, D, ſecabit rectam datam A B, in F, biſariam.

Nota: *Hîc modus etiam docendus eſt, quo linea quævis in partes quotcunque æquales dividi poſſit.*

Datam rectam lineam (A B) finitam in quotlibet partes æquales ſecare.

Per punctum extremum datæ rectæ B, ducatur recta B C, utcunque, & aſſumatur in B C, punctum quodcunque D, ſive infra, ſive ſupra B, & per D, ducatur ipſi A B, parallela D E, in qua abſcindantur 5. partes inter ſe æquales D F, F G, G H, H I, I E; hac tamen lege, ut exiſtente puncto D, infra B, recta D E, ex 5. partibus æqualibus compoſita, major ſit, quàm data A B: minor verò exiſtente puncto D, ſupra B, ut nimirùm recta A C, per alterum extremum A, & per E, ducta, cum B D, cõcurrere poſſit in puncto aliquo, ut in C, à quo ſi per puncta F, G, H, I, rectæ ducantur, ſecta erit data recta A B, in quinque partes æquales B K, K L, L M, M N, N A.

Aliter. *Ad extrema puncta A, B, lineæ A B in 5, partes æquales dividendæ, conſtituantur duo æquales anguli in diverſas partes A B C, B A D, & in utraque linea, B C, A D, quæ ob alternos angulos A, & B, æquales, parallelæ inter ſe ſunt, ſumantur 4. partes inter ſe omninò æquales, tot nimirũ, unâ minùs, in quot partes linea ſecanda eſt, cujusmodi ſunt B E, E F, F G, G C: item A H, H I, I K, K D, junganturque rectæ C H, G I, F K, E D, quæ inter ſe erunt parallelæ, cum conjungant extrema parallelarum æqualium. Dico nunc rectam A B, in quinque partes æquales A L, L M, M N, N O, O B, ſectam eſſe.*

Aliter. *Parandum inſtrumentum diviſionibus linearum in partes æquales accommodatum, hoc modo. Ductis duabus parallelis, ſatis magno ſpatio inter ſe diſtantibus, C D, E F, ſumantur in utrâque partes omninò inter ſe æquales quotcunque, tot videlicet in*

una, quot in altera, & modicæ quantitatis, punctaq́; reſpondentia lineis rectis jungantur, quæ parallelæ inter ſe erunt, cum conjungant extrema parallelarum æqualium. Si igitur nunc beneficio circini recta A B, in 5. dividenda partes æquales transferatur ex quovis puncto G, usq; ad punctum H, ita ut 5. ſpatia parallelarum inter G, & H, includantur, præciſè diviſa erit ducta G H, ab illis parallelis in 5. partes æquales, quibus partibus ſi in data A B, ſumantur partes æquales, diviſa quoq; erit A B in 5. æquales partes.

VI. *Propoſitio* II.

DAta recta linea (AB) à puncto in ea dato (C) rectam lineam (CF) ad angulos rectos excitare.

A dato datæ rectæ A B, puncto C, duæ partes utrinq; ſecentur æquales D, E, & à punctis ſectionum D, E, duæ æquales peripheriæ concurrant in F; recta nunc à dato puncto C, in peripheriarum concurſum F, ducta, erit perpendicularis ſuper datam A B.

Vel

Ex rectæ datæ A B, puncto dato C, abſcindantur utrinq; lineæ æquales C D, & C E; & ex D, & E, deſcribantur duo arcus ſeſe ſecantes in F: recta nunc ducta ex arcuum concurſu F, in C, erit perpendicularis datæ.

Quòd *ſi punctum datum in linea recta data AB, fuerit extremum, ut in A; producenda erit linea in rectum & continuum ex parte puncti dati A, & præcepta iam tradita ſervanda ad perpendicularis erectionem.*

Si verò *punctum in linea AB, datum fuerit extremum, ut in A, at linea commodè produci nequiverit, hac methodo uti poterimus. Ex centro C, extra lineã datam AB, aſſumpto, ubi libuerit (dummodò recta AB producta cum ipſo non conveniat) interval-*

lo ve-

lo verò aſſumpto usq; ad A, deſcribatur arcus circuli, ſecans A B, in D, per C, recta ducatur, ſecans arcum in E; recta nunc ducta ex E, in A, erit perpendicularis ad A B. Vel *ex puncto dato* A, *extremo, deſcribatur arcus circuli quadrante maior à recta A B, incipiens in C, radio quantocunq;, attamen A B minori, vel eidem æquali, & circino invariato ex C abſcindatur pars illius arcus C D. Deinde per C, & D, ducatur recta infinita, & in hac ſumatur D E, æqualis ipſi D C. Tertiò ex E ducatur recta in A, hæc erit perpendicularis ad A B.*

VII. *Propoſitio* 12.

SUper datam rectam lineam infinitam (*A B*) à dato pũcto (*C*) quod in ea nõ eſt, perpẽdicularẽ rectã (*A* F) deducere.

Circa datum punctum C, deſcribatur peripheria, radio tanto, ut ipſa datam rectam ſecet duobus locis D & E: recta hæc D E, circulo terminata biſecetur in F, per problema 5. Aio rectam biſecantem C F, eſſe perpendicularem datæ rectæ A B, eductam è dato puncto C.

Vel

Ex dato puncto C, quovis intervallo, deſcribatur arcus, rectã datam A B, ſecans in D & E.

Deinde ex D, & E, eodẽ vel alio intervallo duo alij arcus deſcribantur, ſecantes ſe in G: ducta igitur recta ex C, in G. ſecans lineã A B, in F, erit perpendicularis ad datam A B, lineam.

VIII. *Propoſitio* 22.

EX tribus rectis lineis, quæ ſint tribus datis rectis lineis (*A, B, C,*) æquales, triangulum conſtituere. Oportet autem duas reliquâ eſſe majores omnifariam ſumptas: quoniam uniuscujusque trianguli duo latera omnifariam ſumpta reliquo ſunt majora.

Problema hoc ex problemate primo hujus libri originem ac fabricam deducit. Nam datæ tres lineæ aut omnes æquales ſunt, ex iis q; triangulum æquilaterum conformandum; aut duæ æquales ſunt, & triangulum æquicrurum conficiendum; aut nulla alteri æqualis, adeoq; triangulum ſcalenum conſtituendum foret: quis igitur in his tribus trianguli ſpeciebus fabricæ modus obſervandus ſit, ex iis, quæ ſuprà citato loco dicta ſunt, facilè intelliges.

IX. *Propoſitio* 23.

AD datam rectam lineam (AB) datumq; in ea punctū (C) dato angulo rectilineo (GEH) æqualem angulū rectilineum (F*CD*) conſtituere.

Ex E, angulo dato, intervallo quovis, deſcribatur arcus ab uno crure ad alterum GH: eodemq; intervallo ex C puncto dato, in linea data A B, deſcribatur arcus D F, ſumaturq; arcus D F, beneficio circini æqualis arcui G H: recta nunc ducta ex C, per F, faciet angulum ad C, æqualem angulo dato E.

X. *Propoſitio* 31.

A Dato puncto (*A*) datæ rectæ lineæ (BC) parallelam rectam lineam (*A H*) ducere.

Per punctum datum A, ducatur recta A D, utcunq; ad datam rectam uſq; B C: & ex D & A ad idem intervallum quodcunq; deſcribantur duo arcus, ad diverſas partes, unus ad partes B, nempè E F, alter ad partes C, videlicet H G. Deinde beneficio circini arcui E F, abſcindatur ex arcu altero G H, arcus æqualis. Si igitur ex A per H recta ducatur, erit hæc parallela ipſi B C.

XI. *Propoſitio* 42.

DAto triangulo (*A B C*) æquale parallelogrammum (*E F G C*) conſtituere in dato angulo rectilineo (*D*).

Latus

Latus unum trianguli dati A B C, nempè B C, dividatur bifariam in E, & fiat angulus C E F, æqualis angulo dato D, per problema 9: ducatur item per A, recta A F, parallela ipſi B C, quæ lineam E F, ſecet in F. Rurſus per C, ducatur ipſi E F, parallela, occurrens rectæ A F, productæ in G: eritq; in angulo C E F, angulo dato D æquali, conſtitutum parallelogrammum E F G C, triangulo A B C, dato æquale.

Poſſumus nunc problema hoc convertere, & dato parallelogrammo æquale triangulum conſtituere in dato angulo rectilineo, *hoc modo: In dato parrallelogrammo A B C D, fiat angulus C B E, angulo G, æqualis per problema 9, ſecetq; recta B E, rectam A D, productam in E. Extendatur quoq;* B C, *ad F, ſitq; C F, æqualis rectæ* B C, *& jungantur E F: erit igitur hac ratione triangulum* B *E F, habens angulum E B F, angulo dato G, æqualem, æquale parallelogrammo A B C D, dato.*

XII. *Propoſitio 44.*

AD datam rectam lineam (N) dato triangulo (*A* F B) æquale parallelogrammum (*F H L M*) applicare in dato angulo rectilineo (*C*).

Dato triangulo A B F, conſtituatur iuxta problema proximè præcedens æquale parallelogrammum D E F G, habens angulum E F G, angulo dato C, æqualem, producaturq; G F, ad H, ut F H, ſit æqualis rectæ N, datæ, & per H, ducatur H I, parallela ipſi F E, occurrens D E, productæ in I. Deinde extendatur ex I, per F, diameter I F, occurrens rectæ D C, productæ in K, & per K, ducatur K L, parallela ipſi G H, ſecans I H, protractam in L, producaturq; E F, ad M. Erit itaq; hac ratione parallelogrammum L M F H, illud, quod quærebatur, habens videlicet latus F H, æquale datæ rectæ A, & angulum H F M, angulo dato C, æqualem, ipſumq; æquale

triangulo A B F, cũ æquale ſit complemento D E F G, per theorema 32. hujus libri, quod factum erat æquale triangulo A B F.

Poſſumus etiam hoc problema convertere, & Ad datam lineã dato parallelogrammo conſtituere æquale triangulum in dato angulo rectilineo.

In parallelogrammo dato O A B G, producatur latus B G, ad F, ut G F, æqualis fiat ipſi B G, & jungantur F A, A B, rectis, eritq́; triangulum F A B, æquale parallelogrammo O A B G. Fiat nunc iuxta præcepta hujus problematis ſuper data recta N, parallelogrammum F H M L, æquale triangulo F A B, hoc eſt, parallelogrãmo O A B G, habens angulum F, & L, angulo dato C, æqualem & producatur H I, ad P, ut fiat H P, dupla ipſius H L, jungaturq́; recta P F; hac ratione triangulum P F H, conſtitutum ſuper rectam datam F H, habensq́; angulum H, æqualem dato angulo C, æquale erit dato parallelogrammo O A B G. Eſt enim triangulum P F H, æquale parallelogrammo F H M L, quod æquale eſt conſtitutum parallelogrammo O A B G, unde conſtat quod proponebatur.

XIII. *Propoſitio* 45.

Ad datam rectam lineam (N) dato rectilineo (A B C) æquale parallelogrammum (A B C) conſtituere in dato angulo rectilineo (C)

Reſolvatur datum rectilineum A B C, *ſive figura data rectilinea in triangula* A, B, *&* C, *quæ tot habebit triangula, ſive in tot poterit reſolvi triangula, quot ea habet latera, exceptis duobus.* Deinde *triangulo* A, *æquale parallelogrammum conſtituatur F H L M, ſuper rectam datam F H, habens angulum F, angulo dato* C, *æqualem iuxta præcepta præcedentis proximè problematis.* Tertiò *ſuper rectam F H, parallelogrammum F H L M, fiat æquale triangulo B, habens angulum* F, *æqualem angulo dato C.*

Quartò

Quartò *ſuper rectam F H, parallelogrammum erigatur F H L M, æquale triangulo C, habens angulum F, æqualem angulo dato C: & ſic deinceps procedendum, ſi plura fuerint triangula in dato rectilineo. Hac operatione peracta, tria parallelogramma conſtructa erunt æqualia dato rectilineo A B C, unumq; ex iis parallelogrammum conſtitutum A B C, toti rectilineo A B C, æquale erit: nam ſi partes partibus ſunt æquales, etiam totum toti æquale erit.*

Per hoc problema poſſumus etiam datorum duorum rectilineorum inæqualium exceſſum majoris ſupra minus inquirere: *hoc modo.*

Fiat parallelogrammum C D E F, *in quocunq; angulo D, (hîc recto) æquale majori rectilineo A, juxta præcepta in hoc problemate tradita: Et ſuper rectam C D, parallelogrammum C D G H, in eodem angulo D, æquale rectilineo minori B: juxta eadem præcepta.*

Quoniam igitur parallelogrammum C D E F, *ſuperat parallelogramum C D G H, parallelogrammo E* F *H G: ſuperabit quoq; figura A, figuram B, eodem parallelogrammo, E F H G.*

X IV. *Propoſitio* 46.

A Data recta linea quadratum deſcribere.

Ad datam rectam A B, in altera extremitate, ut in A, erigatur perpendicularis A D, ipſi datæ rectæ A B, æqualis, per problema 6. & 3. & ex B. & D, ad intervallum ejuſdem A B, duo arcus deſcribantur ſeſe in C, interſecantes, junganturq; rectæ B C, & D C, conſtructum erit quadratum.

THEOREMATA.

Hactenus libri primi Element. Euclidis problemata abſolvimus; ſequuntur nunc theoremata.

Propo

I. *Propoſitio* 4.

SI duo triangula (A B C & D E F) duo latera (A B & A C duobus lateribus (D E & D F) æqualia habeant, utrumq; utrique; habeant verò & angulum (A) angulo (D) æqualem ſub æqualibus rectis lineis (A B, A C, & D E, D F) contentum: Et baſin (B C) baſi (E F) æqualem habebunt: eritq; triangulum (A B C) triangulo (D E F) æquale; ac reliqui anguli (B, C) reliquis angulis (E, F) æquales erunt, uterque utriq;, ſub quibus æqualia latera ſubtenduntur.

II. *Propoſitio* 5.

ISoſcelium triangulorum (A B C) qui ad baſin ſunt, anguli (B C) inter ſe ſunt æquales: & productis æqualibus rectis lineis (A B & A C) qui ſunt ſub baſi (B C) anguli inter ſe æquales erunt.

III. *Propoſitio* 6.

SI trianguli (A B C) duo anguli (B & C) æquales inter ſe fuerint: & ſub æqualibus angulis ſubtenſa latera (A B, A C) æqualia inter ſe erunt.

IV. *Propoſitio* 7.

SUper eadem recta linea (A B) duabus eiſdem rectis lineis (A C & B C) aliæ duæ rectæ lineæ (A D & B D) æquales, utraque utrique, non conſtituentur ad aliud atque aliud punctum (D) ad eaſdem partes (C) eoſdemque terminos (A & B) cum duabus initio ductis rectis lineis habentes.

V. *Propoſitio* 8.

SI duo triangula (A B C & D E F) duo latera (A B, A C) habuerint, duobus lateribus (D E, D E) utrumque utrique,

æqua-

æqualia, habuerint vero & baſin (B C) baſi (E F) æqualem: Angulum quoque (A) ſub æqualibus rectis lineis (A B, A C, & D E, E F) contentum angulo (D) æqualem habebunt.

VI. *Propoſitio* 13.

SI recta linea (A B) ſuper rectam (C D) conſiſtens lineam angulos facit, aut duos rectos (a b) aut duobus rectis æquales (c d) efficiet.

VII. *Propoſitio* 14.

SI ad aliquam rectam lineam (A B), atque ad eius punctũ (C) duæ rectæ lineæ (C D, C E) non ad eaſdem partes ductæ eos, qui ſunt deinceps (a b & c d) angulos duobus rectis æquales fecerint, in directum erunt inter ſe ipſæ rectæ lineæ (C D & C E.)

VIII. *Propoſitio* 15.

SI duæ rectæ lineæ (A B & C D) ſe mutuò ſecuerint, angulos ad verticem (a a & b b) æquales inter ſe efficient.

IX. *Propoſitio* 16.

CUjuſcunque trianguli (A B C) uno latere (A C) producto, externus angulus (a) utrolibet interno & oppoſito (b *vel* c) major eſt.

X. *Propoſitio* 17.

CUjuſcunque trianguli (A B C) duo anguli (a b, b c, c a) in duobus rectis ſunt minores, omnifariam ſumpti.

XI. *Propoſitio* 18.

OMnis trianguli (A B C) majus latus (A B) majorem angulum (d) ſubtendit.

XII. *Propoſitio* 19.

OMnis trianguli (A B C) major angulus (d) maiori lateri (A B) ſubtenditur.

XIII. *Propoſitio* 20.

OMnis trianguli (A B C) duo latera (A B, A C) reliquo (B C) ſunt majora, quomodocunque aſſumpta.

XIV. *Propoſitio* 21.

SI ſuper trianguli (*ABC*) uno latere (*BC*) ab extremitatibus (B, C) duæ rectæ lineæ (B D, C D) interius conſtitutæ fuerint: hæ conſtitutæ (B D, C D,) reliquis trianguli duobus lateribus (B A, C A,) minores quidem erunt, majorem verò angulum (D,) continebunt.

XV. *Propnſitio* 24.

SI duo triangula (A B C; D E F) duo latera (A B, A C) duob. lateribus (D E, D F) æqualia habuerint, utrumq; utrique angulum verò (A) angulo (D) majorem ſub æqualib. rectis lineis (A B, A C & D E, D F) contentum, & baſin (B C) baſi (E F) majorem habebunt.

XVI. *Propoſitio* 25.

SI duo triangula (A B C, D E F,) duo latera (A B, A C) duobus lateribus (D E, D F,) æqualia habuerint, utrumq; utrique, baſin verò (B C,) baſi (E F) majorem: Et angulū (A) ſub æqualibus rectis lineis (A B, A C & D E, D F) contentum angulo (D) majorem habebunt.

XVII. *Propoſitio* 26.

SI duo triangula (A B C. D F F,) duos angulos (B, C,) duobus angulis (E, F,) æquales habuerint, utrumque utrique, unum-

numque latus (*BC*) uni lateri (EF) æquale, ſive quod æqualibus adiacet angulis, ſeu quod uni æqualium angulorum ſubtenditur: & reliqua latera (A B, A C,) reliquis lateribus (D E, D F,) æqualia, utrumque utrique, & reliquum angulũ (A) reliquo angulo (D.) æqualem habebunt.

Huic theoremati Clavius duo alia annectit neceſſaria admodũ & utilia, hoc loco non negligenda.

Primum. In triangulo æquilatero, ſive Iſoſcele, recta linea ab angulo duobus lateribus ęqualibus comprehenſo ducta, dividensque vel angulum, vel baſin bifariam, perpendicularis eſt ad baſin, & ſiquidem angulũ bifariam dividat, ſecabit quoq; baſin bifariã. Si verò baſin ſecet bifariam, dividet quoq; angulũ bifariã & cõtrà: linea perpendicularis ad baſin ducta dividit & baſin & angulũ bifariã.

Secundum. Triangulum, in quo linea recta ab uno angulorum ducta ad baſin perpendicularis dividit vel baſin vel angulum bifariam, habet duo latera dictum angulũ comprehendentia æqualia: Et ſiquidem baſis dividatur bifariam, angulus quoque bifariam ſecabitur: ſi verò angulus bifariam ſecetur, baſis quoque dividetur bifariam.

XVIII. *Propoſitio* 27.

SI in duas rectas lineas (A B, C D,) recta incidens linea (E F) alternatim angulos (a a, c c) æquales inter ſe fecerit: parallelæ erunt inter ſe illæ rectæ lineæ (A B & C D.)

XIX. *Propoſitio* 28.

SI in duas rectas lineas (AB, CD) recta incidens linea (EF,) externum angulum (a) interno & oppoſito & ad easdem partes (b) æqualem fecerit; Aut internos & ad easdem partes (c, d) duobus rectis æquales: parallelę erunt inter ſe ipſæ rectæ lineæ (A B, C C.)

X X. *Propoſitio* 29.

IN parallelas rectas lineas (A B, C D) recta incidens linea (E F:) & alternatim angulos (a b, c d,) inter ſe ęquales efficit, & externum (c, f) interno & oppoſito & ad eaſdem partes (d, b) æqualem; & internos & ad eaſdem partes (a d, e b) duobus rectis æquales facit.

XXI. *Propoſitio* 30.

QUæ (A B, C D,) eidem rectæ lineæ (E F) parallelæ, inter ſe ſunt parallelæ.

XXII. *Propoſitio* 32.

Cujuſcunq; trianguli (A B C,) uno latere (B C) producto, externus angulus (d) duobus internis & oppoſitis (b c) eſt æqualis: & trianguli tres interni anguli (a, b, c) duobus ſunt rectis æquales.

Addit hìc Clavius

Omnes angulos figuræ rectilineæ cujusvis eſſe æquales bis tot rectis angulis, quota ipſa eſt inter figuras rectilineas.

vel

Omnes angulos figuræ rectilineæ cujusvis æquales eſſe bis tot rectis angulis, demptis quatuor, quot ipſa continet latera ſeu angulos.

XXIII. *Propoſitio* 33.

REctæ lineæ (A C, B D,) quæ æquales & parallelas lineas (A B, C D) ad partes eaſdem contingunt; & ipſæ æquales & parallelæ ſunt.

XXIV.

XXIV. *Propoſitio* 34.

PArallelogrammorum ſpatiorum (A B C D) æqualia ſunt inter ſe, quæ ex adverſo & latera (A B, C D, & A C, B D,) & anguli (A D, & B D,) atque illa bifariam ſecat diameter (B C vel ab.)

XXV. *Propoſitio* 35.

PArallelogramma (E F G H, & G H I K) ſuper eadem baſi (G H) & in eiſdem parallelis (A B, C D,) conſtituta, inter ſe ſunt æqualia, (*quoad aream.*)

XXVI. *Propoſitio* 36.

PArallelogramma (E F G A, I K L M,) ſuper æqualibus baſibus (G H, L M,) & in eiſdem parallelis (A B, C D) conſtituta, inter ſe ſunt æqualia.

XXVII. *Propoſitio* 37.

TRiangula (E F G, H F G) ſuper eadem baſi F G conſtituta & in eiſdem parallelis (*A B, C D,*) inter ſe ſunt æqualia.

XXVIII. *Propoſitio* 38.

TRiangula (*E F G* & *H I K*) ſuper æqualibus baſibus (*F G, I K,*) conſtituta & in eiſdem parallelis (*A B, C D,*) inter ſe ſunt æqualia.

XXIX. *Propoſitio* 39.

TRiangula æqualia (*E F G, H F G*) ſuper eadem baſi (*F G*) & ad eaſdem partes conſtituta, & in eiſdem ſunt parallelis (*A B, C D.*)

XXX. *Propoſitio* 40.

TRiangula æqualia (*E F G,* & *H I K*) ſuper æqualibus ba-

ſibus (F G, I K) & ad eaſdem partes conſtituta & in eiſdem ſunt parallelis. (A B, CD.)

XXXI. *Propoſitio* 41.

SI parallelogrammum (*EFGH*) cum triangulo (*GHI*) eandem baſin (*GH*) habuerit, in eiſdemque parallelis (*AB, CD*) fuerit, duplum erit parallelogrammum (*EFGH*) ipſius trianguli (*GHI.*)

XXXII. *Propoſitio* 43.

IN omni parallelogrammo (*ABCD*) complementa (*DF GH, EBIG,*) eorum, quæ circa diametrum (*AG*) ſunt parallelogrammorum (*AEGH, CFGI,*) inter ſe ſunt æqualia.

XXXIII. *Propoſitio* 47.

IN rectangulis triangulis (*ABC*) quadratum, quod à latere (*AC*) rectum angulum (B) ſubtendente deſcribitur, æquale eſt eis, quæ à lateribus (A B, B C,) rectum angulum (B) continentibus deſcribuntur, quadratis.

NOTA. *Inventio pulcherrimi huius theorematis ad Pythagoram refertur, qui Muſis pro tàm præclaro invento centum boves immolâſſe ſcribitur; hinc aliàs inventum centum boum mactatione dignum nuncupatur, ex quo plurima alia ſcitu non injucunda tàm Theoremata quàm Problemata oriuntur, quorum Clavius præcipua tantùm enumerat, quæ videlicet rebus Geometricis præ cæteris utilitatem magnam allatura viſa fuerunt: ea autem ſunt.*

THEOREMATA. I. Si in quadrato quovis diameter ducatur, quadratum à diametro deſcriptum duplum erit prædicti quadrati.

II. Qua-

II. Quadratum diametri figuræ altera parte longioris æquale eſt duobus quadratis laterum inæqualium.

III. Si fuerint duo triangula rectangula; quorum latera rectis angulis oppoſita ſunt æqualia, erunt duo quadrata reliquorum duorum laterum unius trianguli æqualia duobus quadratis reliquorum duorũ laterum alterius.

IV. Si ex angulo à duobus lateribus inæqualibus comprehenſo ad baſin perpendicularis ducatur, cadens intra triangulum, ſecabitur baſis in partes inæquales, maiorque pars iuxta maius latus erit; & contrà, ſi baſis à perpendiculari ſecetur non bifariam, erunt duo latera inæqualia, maiusque illud erit, quod maiori baſis ſegmento adiacet.

PROBLEMATA. I. Duobus quadratis inæqualibus propoſitis, invenire alia duo quadrata, quæ & æqualia ſint inter ſe & ſimùl ſumpta æqualia duobus inæqualibus propoſitis ſimùl ſumptis.

Fiat primò angulus rectus A B C, *cuius crura* A B, B C, *ſint æqualia lateribus propoſitorum quadratorum inæqualium* D & E. *Deinde crurum extremitates recta coniungantur* A C, *quæ biſecetur in* F. *Tertiò ex* F *radio* F A, *vel* F C, *deſcribatur ſemiperipheria ex* A *in* C; *quæ dividatur bifariam in* G, *&* *ex* G, *ducantur rectæ in* A, *&* C. *Dico quadrata rectarum* G A, G C, *eſſe æqualia* *& ſimùl ſumpta tanta eſſe, quanta quadrata rectarum* A B, B C, *ſimùl ſumpta; quia eadem recta* A C, *utrumq; angulum* B, *&* G, *ſubtendit.*

II. Propoſitis duabus lineis inæqualibus, invenire id, quo plus poteſt maior, quàm minor.

Potentia lineæ rectæ dicitur eius quadratum: tantum enim quævis linea poſſe dicitur, quantum eſt eius quadratum.

Sint ergò duæ lineæ inæquales A, *&* B, *oporteatq; cognoſcere quanto maius ſit quadratum maioris lineæ* A, *quàm minoris* B.

Ex

Ex quavis igitur linea recta infinita C D, *ſumatur* C E, *æqualis rectæ* A, *&* E F, *æqualis rectæ* B. *Deinde centro* E, *intervallo* E C, *ſemicirculus deſcribitur* C G D, *& ex* F, *ducatur* F G, *perpendicularis ad* C D. *Dico quadratum rectæ* A, *ſuperare quadratum rectæ* B, *quadrato rectæ* F G.

III. Propoſitis quotcunque quadratis, ſive æqualibus ſive inæqualibus, invenire quadratum omnibus illis æquale.

Sint latera ſeptem quadratorum A, B, C, D, E, F, G, & fiat primò angulus rectus A B C, ex latere A & B, ſitq́ linea A B, æqualis lateri quadrati A, & B C, æqualis lateri quadrati B, iunganturq́ C & A, rectâ. Deinde ex A, erigatur perpendicularis A D, ad A C, æqualis lateri quadrati C, iungaturq́ D, cum C. Tertiò ex D, ducatur perpendicularis ad D C, quæ ſit D E, æqualis lateri quadrati D, & connectantur E C. Quartò ex E, ducatur perpendicularis ad E C, quæ ſit E F, æqualis lateri quadrati E, iungaturque F, cum C. Quintò erigatur ex F, perpendicularis F G, æqualis lateri quadrati F, & iungatur G C. Tandem ex G, producatur perpendicularis ad G C, quæ ſit G H, æqualis lateri quadrati G, & connectantur H & C. Dico nunc quadratum rectæ H C, æquale eſſe ſeptem quadratis propoſitis.

IV. Propoſitis duobus quadratis quibuſcunque, alteri illorum adiungere figuram, quæ reliquo quadrato ſit æqualis, ita ut tota figura compoſita ſit etiam quadrata.

Sint duo quadrata A B C D, E F G H, producatur minoris quadrati latus B C, infinitè, & ſumatur in eo recta B I, æqualis lateri F G, *alterius quadrati maioris. Ducatur deinde recta ex I, in A, & in recta B A, producta verſus A, accipiatur B K, æqualis rectæ A I, perficiaturq́ ex hac quadratum B K L M. Dico nunc figuram A D C M L K, quadrato A B C D, adiunctam æqualem eſſe quadrato*

drato E F G H, & totamfiguram B M L K, quadratam eſſe.

V. Cognitis duobus lateribus quibuſcunq; trianguli rectanguli, in cognitionem reliqui lateris pervenire.

In triangulo rectangulo B A C, ſint primùm *cognita latera A B, Baſis, & A C, Cathetus, angulum rectum includentia, quorum illud ponatur 6. pedum, hoc verò pedum 8. Quoniam igitur quadrata rectarum A B, A C, æqualia ſunt quadrato hypotenuſæ, rectæ ſcilicet B C, igitur junctis illis producitur 100. quadratum rectæ B C, cujus radix quadrata 10. oſtendit longitudinem lateris B C, 10. pedum.*

Sint deindè *cognita latera A B, B C, Baſis & Hypotenuſa, quorum illud 6. hoc verò 10. pedū ſit. Cùm igitur quadrata baſis & catheti æqualia ſint quadrato hypotenuſæ, ideoq; quadrato Baſis A B, 36. ſubducto ex quadrato Hypotenuſæ B C, 100. relinquitur quadratum catheti A C, 64. cujus radix 8. indicat ejus longitudinem.*

Tertiò *ſint nota Cathetus A C, 8. & Hypotenuſa* B *C, 10. pedū, quæritur longitudo* Ba*ſis: ex præcedente igitur fundamēto ſubtrahatur quadratū catheti AC, 64. ex quadrato hypotenuſæ* B *C, 100. remanebit quadratum* Ba*ſis A* B*, 36. cujus radix quadrata 6. offert nobis longitudinem ejusdem in pedibus numeratam.*

XXXIV. *Propoſitio* 48.

SI quadratum, quod ab uno laterum (A C) trianguli (A B C) deſcribitur, æquale ſit eis, quæ à reliquis trianguli lateribus (A B, B C) deſcribuntur, quadratis: angulus (B) comprehenſus ſub reliquis duobus trianguli lateribus (A B, B C) rectus eſt.

ELEMENTORUM GEOMETRICORUM EUCLIDIS
Liber Secundus.

IN ſecundo hoc libro parallelogrammorum rectangulorum & quadratorum, quæ ex rectarum linearum ſectionibus fiunt, proportiones declarantur. Poſteà de quadratis, quæ à lateribus obtuſangulorum & acutangulorum triangulorum deſcribuntur, agitur, quam nempè habeant proportionem, quæ à ſubtendentibus obtuſum & acutum angulum fiunt, ad ea quæ à comprehendẽtibus deſcribuntur. Tandẽ, qua ratione dato rectilineo æquale quadratum conſtituatur, docetur

Definitiones *duæ afferuntur:* Poſtulata *verò &* Axiomata *nulla, cùm ea, quæ primo libro fuerunt propoſita, omnibus ſequẽtibus libris ſint communia.*

Propoſitiones *autem hujus libri ſunt* 14. Problemata *videlicet duo &* Theoremata 12.

PROBLEMATA.

I. *Propoſitio* II.

DAtam rectam lineam (A B) ſecare, ut comprehenſum ſub tota (A B) & altero ſegmentorum (F B, *minori*) rectangulum, æquale ſit ei, quod à reliquo ſegmento (A F, *maiori*) fit quadrato.

Ad datæ lineæ A B, *extremitatem A, ubi majus ſegmentum terminari debet, excitetur perpendicularis A C, ipſi datæ lineæ* A B, *æqualis, eaq́; ſecetur bifariam in D, & producatur C A, verſus A, & intervallo* D B, *abſcindatur D E, & A E, transferatur in* A B,

notan-

notando punctum F; erit nunc A F, ſegmentum majus, & F B, *ſegmentum minus. Si itaq; ex ſegmento minori* F B, *& totâ* A B, *rectãgulum componatur, æquale erit illud quadrato facto ex ſegmento majori A F.* Compendioſiùs idem efficere. *Ad extremum A, ubi majus ſegmentum terminari debet, excitetur perpendicularis A D, ipſi datæ lineæ* A B, *æqualis, eaq; ſecetur bifariam in E. Si nũc ad intervallum E B, ex E A, producta reſecetur E F, erit* A F, *majori ſegmento A G, æqualis, unde conſtabit propoſitum.*

II. *Propoſitio* 14.

DAto rectilineo (A) æquale quadratum conſtituere.

Conſtituatur primò parallelogrammum rectangulum B C E D, *æquale rectilineo A, per probl. 13. lib 1. cujus unum latus C E, producatur in F, ſitq; recta E F, æqualis rectæ E D. Deinde dividatur* C F, *bifariam in in G, & ex G, centro, intervallo G C, vel G F, deſcribatur ſemicirculus F H C, producaturq; E D, donec circumferentiam tangat in H. Dico nunc quadratum rectæ E H, eſſe æquale rectilineo A.*

Aliter

Rectilineum propoſitum A, primò reſolvatur in triangula a, b. Deinde ex quolibet triangulo fiat quadratum e, f, juxta præcepta mox ſequentia. Tandem ex omnibus quadratis fiat unum quadratum g, per probl. 3. ad theorema 33. lib. primi propoſitum, & operatione peracta fiet quod quærebatur:

Ex quolibet autem triangulo componitur quadratum, hoc modo. *Primò ex propoſito triangulo a, vel b, fiat parallelogrammum rectangulum c, vel d, per problem. 11. lib. primi. Deinde ex hoc rectangulo componatur quadratum e, vel f, ſecundum præcepta hujus problematis, & habebitur quoq; optatum.*

THEOREMATA.

I. *Propoſitio* 1.

SI fuerint duæ rectæ lineæ (A & B C) ſeceturque ipſarum altera (B C) in quotcunque ſegmenta(BD, DE, EC) rectangulum (B G F C) comprehenſum ſub illis duabus rectis lineis (A & B C) æquale eſt eis, quæ ſub inſecta (A) & quolibet ſegmentorum (B D, D E, E C) comprehenduntur rectangulis.

II. *Propoſitio* 2.

SI recta linea (A B) ſecta ſit utcunque (*in C:*) rectangula (A E F C, & C F D B) quæ ſub tota (A B) & quolibet ſegmentorum (A C, C B) comprehenduntur, æqualia ſunt ei, quod à tota (A B) fit, quadrato (A E D B).

Hoc theorema etiam quadrat, ſi linea data in plures, quàm duas, partes, diviſa fuerit.

III. *Propoſitio* 3.

SI recta linea (A B) ſecta ſit utcunque (*in C:*) rectangulũ ſub tota (A B) & uno ſegmentorum (A C vel C B) comprehenſum, æquale eſt illi, quod ſub ſegmentis (A C, C B) comprehenditur rectangulo; & illi, quod à prædicto ſegmento (A C, vel C B) deſcribitur, quadrato (A E D C.).

IV. P*ropoſitio* 4.

SI recta linea (A B) ſecta ſit utcunque (*in C*) quadratum, quod à tota (A B) deſcribitur, æquale eſt illis, quæ à ſegmentis (A C, C B) deſcribuntur quadratis, & ei, quod bis ſub ſegmentis (A C, C B) comprehenditur, rectangulo.

V. *Pro-*

V. *Propoſitio* 5.

SI recta linea (*AB*) ſecetur in æqualia (*AC*, *CB*) & non æqualia (*AD*, *DB*) rectangulum ſub inæqualibus ſegmentis (*AD*, *DB*,) totius (*AB*) comprehenſum, una cum quadrato, quod ab intermedia ſectionum (CD) æquale eſt ei, quod à dimidia (*AC* vel *CB*) deſcribitur quadrato.

VI. *Propoſitio* 6.

SI recta linea (*AB*) bifariam ſecetur (*in C*) & illi recta quædam linea (BD) in rectum adiiciatur: rectangulum comprehenſum ſub tota (*AB*) cum adjecta (*BD*) & adjecta (BD,) una cum quadrato à dimidia (CB,) æquale eſt quadrato à linea (CD), quæ tùm ex dimidia, tùm ex adiecta componitur, tanquam ab una, deſcripto.

VII. *Propoſitio* 7.

SI recta linea (AB) ſecetur utcunque (*in C:*) quod à tota (AB), quodque ab uno ſegmentorum (CB) utraque ſimùl quadrata, æqualia ſunt & illi, quod bis ſub tota (AB) & dicto ſegmentn (CB) comprehenditur rectangulo, & illi, quod à reliquo ſegmento (AC) fit, quadrato.

VIII. *Propoſitio* 8.

SI recta linea (*AB*) ſecetur utcunque (*in C:*) Rectangulum quater comprehenſum ſub tota (*AB*) & uno ſegmentorum (*CB*) cum eo, quod à reliquo ſegmento (*AC*) fit, quadrato, æquale eſt ei, quod à tota (*AB*) & dicto ſegmento (*CB*) tanquam ab una linea deſcribitur, quadrato.

IX. *Propoſitio* 9.

SI recta linea (*AB*) ſecetur in æqualia (*AC, CB*,) & non æqualia (*AD, DB*) quadrata, quæ ab inæqualibus totius (*AB*) ſegmentis (*AD* & *DB*) fiunt, ſimul duplicia ſunt & ejus, quod à dimidia (*AC*) & ejus quod ab intermedia ſectionum (*CD*) fit, quadrati.

X. *Propoſitio* 10.

SI recta linea (*AB*) ſecetur bifariam (*in C*) adiiciatur autem ei in rectum quæpiam recta linea (B D;) quod à tota (A B) cum adjuncta (B D) & quod ab adjuncta (B D) utraque ſimùl quadrata, duplicia ſunt & ejus, quod à dimidia (*AC*), & eius quod à compoſita ex dimidia (C B) & adiuncta (B D) tanquam ab una, deſcriptum ſit quadrati.

XI. *Propoſitio* 11.

IN Amblygoniis triangulis (*ABC*) quadratum, quod fit à latere (*AC*) angulum obtuſum (B) ſubtendente, majus eſt quadratis, quæ fiunt à lateribus (A B, B C) obtuſum angulum comprehendentibus, rectangulo bis comprehenſo & ab uno laterum (*BC*) quæ ſunt circa obtuſum angulum, in quod cum protractum fuerit, cadit perpendicularis, & ab aſſumpta exterius linea (*BD*) ſub perpendiculari (*AD*) propè angulum obtuſum (*ABC*.)

XII. *Propoſitio* 13.

IN Oxygoniis triangulis (*ABC*) quadratum à latere (*AB*) angulum acutum (*C*) ſubtendente, minus eſt quadratis, quæ fiunt à lateribus (*AC, CB*) acutum angulum (C) comprehen-

prehendentibus, rectangulo bis comprehenſo, & ab uno laterum (*BC*) quæ ſunt circa angulum acutum, in quod perpendicularis cadit; & ab aſſumpta interius linea (CD) ſub perpendiculari propè acutum angulum (C.)

Hoc in loco docet Clavius inveſtigare aream cujuscunque trianguli latera nota habentis, hac univerſali ratione: Demiſſâ perpendiculari ex vertice in baſin, ducatur illa in integram baſin, & producti ſumatur dimidium pro area dati trianguli: Vel *in dimidium baſis, & productum erit quæſitum. Commodius autem operatio inſtitui poteſt ſi latus maximum pro baſi aſſumptum fuerit, excepto triangulo rectangulo, ubi Cathetus perpendicularis vice fungitur.*

ELEMENTORUM GEOMETRICORUM EUCLIDIS

Liber Tertius.

I*N tertio libro Euclides varias circuli proprietates demonſtrat & de iis agit, quæ circulis accidunt, & de rectis lineis in circulo vel ad circulum ductis: itemque de angulis, qui ad circulorum centra vel ad circumferentias conſiſtunt.*

Definitiones *hujus libri 10. ſunt.*

Propoſitiones *verò 37. quarum 6.* Problemata *ſunt, reliqua autem 31.* Theoremata.

PROBLEMATA.

I. *Propoſitio* I.

DAti circuli (*ABCD*) centrum (*F*) reperire.

Ducatur in circulo linea utcunque AC, quæ biſariam dividatur

datur in E, per probl.5.lib.1. & per E, ad A C, perpendicularis agatur B D, utrinq; in peripheria terminata in punctis B, & D: hâc igitur B D, bifariam ſectâ in F, dico F, eſſe centrum circuli propoſiti A B C D.

II. *Propoſitio* 17.

A dato puncto (A) rectam lineam (A C) ducere, quæ datum tangat circulum (B C.)

Datum punctum A, & centrum dati circuli D, connectantur rectâ A D, quæ ſecet circulum B C, in B. Deinde centro D, intervallo D A, deſcribatur circulus A E, & ex B, educatur B E, perpendicularis ad A D, ſecans circulum A E, in E. Ductâ deniq; rectâ E D, ſecante circulum B C, in C, connectatur recta A C, quam dico tangere circulum B C, in C.

III. *Propoſitio* 52.

Circuli ſegmento (*A B C*) dato, deſcribere circulum, cujus eſt ſegmentum.

Aſſumantur in peripheria ſegmenti tria puncta utcunq; A, B, & C, quæ duabus rectis A B, B C, connectantur; hæ bifariam ſecentur in D, & E. Deinde ex D, & E, educantur ad A B, & B C, perpendiculares DF, EG; quæ ſeſe ſecent in H: dico nunc H, centrum eſſe, ex quo, radio H A, H B, vel H C, circulus deſcribi vel compleri poteſt. Licet etiã hâc vel ſequẽte ratione peripheriã deſcribere, per tria pũcta in rectã non cadentia, hoc modo. *Inter bina puncta propoſita AB, & BC, binæ peripheriæ ducantur, radio quantocunq;, ſe invicem ſecantes in D, E, & F, G, per quarum concurſus D, E, & F, G, rectæ educantur, donec ſe mutuò ſecent in H: dico in harum interſectione H, centrum eſſe circuli per tria propoſita puncta A, B, C, deſcribendi: poſito namq; uno circini pede in H, centro, alter extendatur ad punctorum propoſitorum quodvis*

& hac

& hac diſtantia deſcribatur peripheria; hac neceſſariò per ſingula puncta tranſibit.

IV. Propoſitio 30.

DAtam peripheriam (ABC) bifariam ſecare.

Peripheriæ vel arcui propoſito A B C, ſubtendatur recta A C, & ex punctis A, & C, deſcribantur arcus, eodem intervallo, ſe mutuò ſecantes in D, & E, ſupra & infra ſubtenſam A C, non ſecus ac ſi recta A C, ſecanda eſſet bifariam: Recta enim D E, dividens rectam A, bifariam in A, ſecabit quoq; peripheriam ſive arcum datum bifariam in B.

V. Propoſitio 33.

SUper data recta linea (AB) deſcribere ſegmentum circuli (AEB) quod capiat angulum æqualem dato angulo rectilineo (C.)

Angulus datus aut eſt rectus, aut acutus, aut obtuſus, ideóque triplex operatio inſtituenda eſt.

Primò, *ſi angulus datus C, rectus fuerit, dividatur recta A B, bifariam in D: Deinde centro D, intervallo verò D A, vel D B, deſcribatur ſemicirculus A E B, & factum erit, quod proponebatur: nam angulus A E B, in deſcripto ſemicirculo rectus eſt, in quacunq; parte peripheriæ puncto E, conſiſtente.*

Deinde, *ſi angulus datus C, fuerit acutus; primò ad datæ A B, punctum A, fiat angulus D A B, angulo acuto dato C, æqualis, & ducatur ad D A, perpendicularis A E, quæ cadat ſupra A B. Deinde fiat angulo F A B, æqualis angulus F B A, ſecetq; B F, rectam A E, in F; erunt igitur rectæ F A, F B, æquales: quare ſi centro F, & intervallo F A, vel F B, circulus deſcribitur A G B, tranſibit is per B. Dico igitur angulum G, in ſegmento A G B, quod deſcriptũ*

eſt ſuper A B, eſſe æqualem angulo dato C, in quocunq́; loco peripheriæ puncto C, exiſtente.

Tertiò, *ſi angulus datus H, fuerit obtuſus: fiat primò angulo H, æqualis angulus I A B, & ducatur ad I A, perpendicularis A E, quæ infra A B, cadat. Deinde fiat angulo F A B, æqualis angulus F B A, ſecetq́; B F, rectam A E, in F: erunt igitur rectæ F A, F B, æquales: ſitq́; centro F, & intervallo F A, vel F B, circuli peripheria deſcribatur, A K B, tranſibit ea per B: dico igitur angulum K, in ſegmento A K B, quod deſcriptum eſt ſupra A B, eſſe æqualem angulo dato H, ubicunq́; punctum K, in peripheria repertum fuerit.*

VI. *Propoſitio* 34.

A dato circulo (A B C) ſegmentum abſcindere, capiens angulum æqualem dato angulo rectilineo (D.)

Ad datum circulum A B C, ducatur recta E F, tangens circulum in A. Deinde fiat angulus F A B, æqualis angulo dato D. Dico nunc angulum A C B, in ſegmento ablato A C B, æqualem eſſe angulo dato D: à circulo igitur dato ſegmentum optatum abſciſſum eſt.

THEOREMATA.

I. *Propoſitio* 2.

SI in circuli peripheria (A B C) duo quælibet puncta (A C) accepta fuerint: recta linea, quæ ad ipſa puncta (A C) adjungitur, intra circulum (A B C) cadet.

II. *Propoſitio* 3.

SI in circulo (B C D) recta quædam linea (C E) per centrum (A) extenſa quandam (B D) non per centrum extenſam

bifa-

bifariam ſecet, & ad angulos rectos ipſam ſecabit: Et ſi ad angulos rectos eam ſecet, bifariam quoque eam ſecabit.

III. *Propoſitio* 4.

SI in circulo (A C B D) duæ rectæ lineæ (A B, C D) ſeſe mutuò ſecent, non per centrum (E,) extenſæ; ſeſe mutuò bifariam non ſecabunt.

IV. *Propoſitio* 5.

SI duo circuli (A B C, & B C D) ſeſe mutuò ſecent; non erit illorum idem centrum *(* E, F. *)*

V. *Propoſitio* 6.

SI duo circuli (A B C, & A D E,) ſeſe mutuò interius tangant; eorum non erit idem centrum (F, G.)

VI. *Propoſitio* 7.

SI in diametro (A B) circuli *(* A C B D) quodpiam punctū ſumatur (E) quod circuli centrum non ſit, ab eoq; puncto (E) in circulum quædam rectæ lineæ cadant: maxima quidem erit ea, in qua centrum (F*)* minima verò reliqua (E A) aliarum verò propinquior illi (E B) quæ per centrum ducitur, remotiore ſemper major eſt: duæ autem ſolùm rectæ lineæ æquales (E C, E D,) ab eodem puncto *(* E) in circulum cadunt, ad utraſque partes minimæ (E A) vel maximæ (E B.)

VII. *Propoſitio* 8.

SI extra circulum (B C D E*)* ſumatur punctum quodpiam *(* A) ab eoque puncto (A) ad circulum deducantur rectæ quædam lineæ, quarum una quidem (A D) per centrum

(F) protendatur, reliquæ verò ut libet: In cavam peripheriam cadentium rectarum linearum maxima quidem eſt illa (A D,) quæ per centrum ducitur; aliarum autem propinquior ei, quæ per centrum tranſit, remotiore ſemper major eſt. In convexam verò peripheriam cadentium rectarum linearum minima quidem eſt illa (A B) quæ inter punctum (A) & diametrum (B D) interponitur: aliarum autem, quæ propinquior eſt minimæ (A B) remotiore ſemper minor eſt. Duæ autem tantùm rectæ lineæ æquales ab eo puncto (A) in ipſum circulum cadunt, ad utraſque partes minimæ (A B) vel maximæ (A D.)

VIII. *Propoſitio* 9.

SI in circulo (B C D) acceptum fuerit punctum aliquod (A) & ab eo puncto ad circulum cadant plures, quàm duæ, rectæ lineæ æquales (A B, A C, A D,) acceptum punctum (A) centrum eſt ipſius circuli (B C D.)

IX. *Propoſitio* 10.

CIrculus (A B C) circulum (A D C) in pluribus, quàm duobus punctis (A & C) non ſecat.

X. *Propoſitio* 11.

SI duo circuli (A B C, & A D E) ſeſe intus contingant (*in* A) atque accepta fuerint eorum centrum (F, G) ad eorum centra (F, G) adjuncta recta linea & producta in contractum circulorum (A) cadet.

XI. *Propoſitio* 12.

SI duo circuli (A B C, & D B E) ſeſe exterius contingant, linea recta (F, G) quæ ad centra eorum (F, G) adjungitur, per contactum (B) tranſibit. *Pro-*

XII. *Propoſitio* 13.

CIrculus (ABC) circulum (DBE) non tangit in pluribus punctis, quàm uno (B) ſive intus, ſive extra, tangat.

XIII. *Propoſitio* 14.

IN circulo (ABCD) æquales rectæ lineæ (AB, CD) æqualiter diſtant à centro (E.) Et quæ æqualiter diſtant à centro, æquales ſunt inter ſe.

XIV. *Propoſitio* 15.

IN circulo (ABCDEF) maxima quidem linea eſt diameter (AF) aliarum autem propinquior (BE) centro (G) remotiore (CD) ſemper major.

XV. *Propoſitio* 16.

QUæ ab extremitate diametri (AC) cujuscunque circuli (ABC) ad angulos rectos ducitur (AE) extra ipſum circulum cadet: & in locum inter ipſam rectam lineam (AE) & peripheriam (AB) comprehenſum, altera recta linea non cadet: & ſemicirculi quidem angulus (CAB) quovis angulo acuto rectilineo maior eſt, reliquus autem (EAB) minor.

XVI. *Propoſitio* 18.

SI circulum (FCD) tangat recta quæpiam linea (AB) à centro autem (E) ad contactum (C) adjungatur quædam linea (EC;) quæ adjuncta fuerit (EC) ad ipſam contingentem (AB) perpendicularis erit.

XVII. *Propoſitio* 19.

SI circulum (C D E) tetigerit recta quæpiam linea (A B) à contactu autem (C) recta linea (C E) ad angulos rectos ipſi tangenti (A B) excitetur; in excitata erit centrum circuli (F.)

XVIII. *Propoſitio* 20.

IN circulo (A B C) angulus (B D C) ad centrum (D) duplex eſt anguli (B A C) ad peripheriam, cum fuerit eadem peripheria baſis (B C) angulorum (D A.)

XIX. *Propoſitio* 21.

IN circulo (A B C D) qui in eodem ſegmento (D A B C) ſunt, anguli, (A & B) ſunt inter ſe æquales.

XX. *Propoſitio* 22.

QUadrilaterorum (A B C D) in circulis deſcriptorum anguli (B D, & A C) qui ex adverſo, duobus rectis ſunt æquales.

XXI. *Propoſitio* 23.

SUper eadem recta linea (A B) duo ſegmenta ſimilia & inæqualia non conſtituentur ad easdem partes.

XXII. *Propoſitio* 24.

SUper æqualibus rectis lineis (A B, C D) ſimilia circulorum ſegmenta (A E B, C F D) ſunt inter ſe æqualia.

XXIII. *Propoſitio* 26.

IN æqualibus circulis (A B C, D E F,) æquales anguli (B E, G H,) æqualibus peripheriis (A C, D F) inſiſtunt, ſive ad centra (G, H) ſive ad peripherias (B, E) conſtituti inſiſtant.

Pro-

XXIV. *Propoſitio* 27.

IN æqualibus circulis (A B C, D E F) anguli (G, H, B, E,) qui æqualibus peripheriis (A C, D F) inſiſtunt, ſunt inter ſe æquales, ſive ad centra (G, H) ſive ad peripherias (B, E) conſtituti inſiſtant.

XXV. *Propoſitio* 28.

IN æqualibus circulis (A B C, D E F) æquales rectæ lineæ (A C, D F) æquales peripherias (A B C, D E F vel A C, D F) auferunt, majorem quidem (A B C) maiori (D E F) minorem autem (A C) minori (D F,) æqualem.

XXVI. *Propoſitio* 29.

IN æqualibus circulis (A B C, D E F) æquales peripherias (A B C, D E F, vel A C, D F) æquales rectæ lineæ (A C, D F) ſubtendunt.

XXVII. *Propoſitio* 31.

IN circulo (A B C) angulus (A B C), qui in ſemicirculo, rectus eſt: qui autem in majori ſegmento (C A B) minor recto: qui verò in minore ſegmento (B E C) maior eſt recto. Et inſuper angulus majoris ſegmenti recto quidem major eſt; minoris autem ſegmenti angulus minor eſt recto.

XXVIII. *Propoſitio* 32.

SI circulum (CDE) tetigerit aliqua recta linea (*AB*) à contactu autem (*C*) producatur quædam recta linea (*CE*) circulum ſecans: anguli (*ACE,BCE*) quos ad contingentem (*AB*) facit, æquales ſunt iis, qui in alternis circuli ſegmentis conſiſtunt, angulis (*CDE* & *CGE.*)

Pro-

XXIX. *Propoſitio.* 35.

SI in circulo (AC, BC) duæ rectæ lineæ (*AB, CD,*) ſeſe mutuò ſecuerint; rectangulum comprehenſum ſub ſegmentis unius (*AE, EB*) æquale eſt ei, quod ſub ſegmentis alterius (*CE, ED*) comprehenditur, rectangulo:

XXX. *Propoſitio* 36.

SI extra circulum (*ABC*) ſumatur punctum aliquod (*D*) ab eoq; in circulũ cadant duæ rectæ lineæ (*DA, DB*) quarum altera quidem (DA) circulum ſecet, altera verò (*DB*) tangat: Quod ſub tota ſecante (*DA*) & exterius inter pũctum (D) & convexam peripheriam (C) aſſumpta comprehenditur rectangulum, æquale erit ei, quod à tangente (DB) deſcribitur, quadrato.

XXXI. *Propoſitio* 37.

SI extra circulum (*ABC*) ſumatur punctum aliquod (D) ab eoque puncto in circulum cadant duæ rectæ lineæ (*DA, DB*) quarum altera (*DA*) circulum ſecet, altera (*DB*) in eum incidat: ſit autem quod ſub tota ſecante (*DA*) & exterius inter punctum (*D*) & convexã peripheriam (*C*) aſſumpta, comprehenditur rectangulum, æquale ei, quod ab incidente (DB) deſcribitur, quadrato; incidens (DB) circulum tanget.

ELEMENTORUM GEOMETRICORUM EUCLIDIS

Liber Quartus.

IN quarto hoc libro Euclides de variis inſcriptionibus figurarum rectilinearum in circulo & earundem circa circulum deſcriptionibus agit: de inſcriptionibus item circuli in eiſdem figuris & circuli deſcriptionibus circa eaſdem.

Definitiones *hujus libri ſeptem numerantur.*

Propoſitiones 16. *quæ omnes & ſingulæ* Problemata *ſunt, nec ullum inter eas reperitur* Theorema.

PROBLEMATA.

I. *Propoſitio.* 1.

IN dato circulo (ABC) rectam lineam (BA) accommodare æqualem datæ rectæ lineæ (D) quæ circuli diametro (BC) non ſit major.

Ducatur diameter BC: itaq; ſi data recta D, æqualis fuerit diametro, aptata erit BC, illi æqualis. Si verò recta D, minor fuerit diametro BC, abſcindatur ex ea BE, æqualis ipſi D, & centro B, intervallo autem BC, arcus circuli deſcribatur EA, ſecans circulum ABC, in A: ducta igitur recta BA, erit ea aptata in circulo ABC, æqualis datæ rectæ D.

II. *Propoſitio* 2.

IN dato circulo (ABC) triangulum deſcribere, dato triangulo (DEF) æquiangulum.

Ducatur recta GH, tangens circulum in A, fiatq; angulus GAB, angulo F, trianguli dati æqualis, & angulus HAC, an-

gulo E, æqualis, atq; extendantur rectæ AB, AC, ad circumferentiam usq; in puncta B, & C, coniunganturq; rectâ BC. Dico nunc triangulum ABC, circulo dato inſcriptum, eſſe æquiangulum dato triangulo DEF.

III. *Propoſitio* 3.

CIrca datum circulum (ABC) triangulum deſcribere, dato triangulo (DEF) æquiangulum.

Dati trianguli DEF, unum latus EF, producatur utrinq; ad G, & H, ut ex utraq; parte fiat angulus externus aliquis. Deinde ex centro circuli I, ducatur recta utcunq; AI, & fiat angulus AIB, æqualis angulo DEG, & angulus BIC, angulo DFH. Tertiò ex A, B & C, educantur ad AI, BI, CI, perpendiculares KL, LM, MK, quæ circulum tangant in punctis A, B, C, & hæ coibunt in punctis K, L. & M. Dico nunc triangulum KLM, circa circulum ABC, deſcriptum eſſe triangulo DEF, æquiangulum.

IV. *Propoſitio* 4.

IN dato triangulo (ABC) circulum inſcribere.

Primò duo anguli B, & C, dividantur bifariam rectis BD, CD, quæ intra triangulum coëant in D. Deinde ducatur ex D, ad latus quodcunq; perpendicularis DE. Tertiò centro D, & radio DE, deſcribatur circulus; hic intra triangulum cadet, & ſingula ejus latera tanget.

V. *Propoſitio* 5.

CIrca datum triangulum (ABC) circulum deſcribere

Dividantur duo latera AB, AC, bifariam in D, & E, punctis, ex quibus educantur perpendiculares ad dicta latera DF, EF, coëuntes in F. Deinde centro F, radio FA, vel FB,

vel

vel FC, deſcribatur circulus; hic triangulum includet, & peripheria ſua tribus in locis tanget.

NOTA. *In triangulo rectangulo & obtuſangulo facilitatis, non neceſſitatis gratiâ, ſumenda ſunt latera circa rectum vel obtuſum angulum exiſtentia.*

Hac operatione poſſumus etiam, per tria propoſita puncta in rectam non cadentia circulum deſcribere, *ſi nempè data puncta tribus rectis jungantur, & triangulum conſtituatur, ac juxta præcepta jam tradita circulus ei circumſcribatur per data propoſita tria puncta tranſiens: ſed ſatiùs eſt hac in parte ſequi præcepta illa, quæ hac de re ſuprà ad problema 3. libri 3. tradita fuêre.*

VI. Propoſitio 6.

IN dato circulo (ABCD) quadratum deſcribere.

In dato circulo ABCD, cuius centrum E, ducantur duæ diametri AC, BD, ſeſe ad angulos rectos ſecantes in E, & jungantur rectæ AB, BC, CD, DA, & inſcriptum erit quadratum dato circulo.

VII. Propoſitio 7.

CIrca datum circulum (ABCD) quadratum deſcribere.

In dato circulo ABCD, cuius centrum E, ducantur duæ diametri AC, BD, ad angulos rectos ſeſe ſecantes in E. Deinde per A, B, C, & D, educantur ad diametros lineæ perpendiculares FG, FH, HI, IG, coëuntes in punctis F, H, I, G: vel *per A, & C, puncta ducantur duæ parallelæ ad BD, & per* B, *& D, duæ parallelæ ad AC, quæ itidem coibunt in punctis F, H, I, G, & deſcriptum erit quadratum circa circulum datum.*

VIII. Propoſitio 8.

IN dato quadrato (ABCD) circulum deſcribere.

Dati quadrati A B C D, latera ſingula dividantur biſariam in E, F, G, H, & puncta diviſionum oppoſita connectantur rectis E G, H F, ſeſe ſecantibus in I. Deinde ex I, intervallo I E, deſcribatur circulus; hic quadrato inſcribetur & per puncta F, G, H, quoq; tranſibit.

IX. *Propoſitio* 9.

CIrca datũ quadratum (A B C D) circulum deſcribere.

In dato quadtato A B C D, ducantur duæ diametri A C, B D, ſecantes ſe in E. Deinde centro E, radio E A, vel E B, E C, E D, deſcribatur circulus; hic quadratum includet illudq; in quatuor punctis tanget.

NOTA. *Si circa datum circulum deſcribatur quadratum, & in eodem circulo aliud quadratum inſcribatur; erit quadratum circumſcriptum quadrati inſcripti duplum.*

X. *Propoſitio* 10.

ISoſceles triangulum (A B D) conſtituere, quod habeat utrumque eorum, qui ad baſin ſunt, angulorum (B, D) duplum reliqui (A.)

Sumatur recta linea quævis A B, quæ juxta præcepta problematis 1. libri 2. dividatur in C, ita, ut rectangulum ſub tota A B, & ſegmento minori C B, comprehenſum æquale ſit quadrato ſegmenti majoris A C. Deinde centro A, intervallo verò A B, circulus deſcribatur, in quo accommodetur recta B D, æqualis ſegmento majori A C, jungaturq; recta A D, eritque conſtitutum triangulum Iſoſceles, cujus uterq; angulorum ad baſin B, & D, duplus eſt reliqui A.

In

XI. *Propoſitio* 11.

IN dato circulo (ABCDE) pentagonum æquilaterum & æquiangulum inſcribere.

Conſtruatur triangulum Iſoſceles FGH, ita ut uterq; angulorum ad baſin GH, duplus ſit reliqui F, per problema proximè præcedens 10. Deinde in circulo dato inſcribatur triangulum ACD, æquiangulum triangulo FGH, per problema 2 hujus libri. Tertiò uterq; angulorum C, & D, biſariam dividatur rectis CE, DB, circulo dato terminatis. Quartò rectæ jungantur AB, BC, CD, DE, EA, & deſcriptum erit pentagonum æquilaterum & æquiangulum in circulo dato.

Quod ſi detur recta linea terminata CD, ſuper eam conſtituetur pentagonum æquilaterum & æquiangulum, hoc modo. *Fiat triangulum Iſoſceles quodcunq; FGH, habens utrumlibet angulorum ad baſin G,H, duplum reliqui F. Deinde ad datæ rectæ CD, extremitates conſtituantur anguli C, & D, æquales angulis G, H, coëantq; rectæ CA, DA, in A, quæ efficient angulum A, angulo F, æqualem: ac propterea etiam trianguli ACD, uterq; angulorum ad baſin C, & D, duplus erit reliqui A. Tertiò circa triangulum ACD, deſcribatur circulus, per problema 5 hujus libri, in quo cùm ſit inſcriptum triangulum ACD, erit recta CD, propoſita latus unum in circulo inſcribendi pentagoni.*

Idem efficiemus faciliùs, hac ratione: *Recta propoſita AB, ſupra quam pentagonum æquilaterum & æquiangulum conſtituere volumus, ſecetur in C, ut lib. 2. problemate 1. traditum fuit. Deinde producatur eadem ad utramq; partem, ſintq; AD, BE, majori ſegmento AC, æquales. Tertiò intervallo datæ rectæ AB, ex A, & D, duo arcus deſcribantur ſecantes ſe in F. Quartò ex B, & E, eodem intervallo AB, alij duo deſcribantur interſecantes ſe in G. Deniq; ex F, & G, eodem ſemper interval-*

lo, alij duo arcus ducantur, dividentes ſe in A. Si nunc rectæ conjungantur AF, FH, HG, GB, conſtructum erit pentagonum ABGHF, æquilaterum & æquiangulum ſuper rectam datam AB.

XII. *Propoſitio* 12.

Circa datum circulum (ABCDE) pentagonum æquilaterum & æquiangulum deſcribere.

Inſcribatur in circulo dato pentagonum æquilaterum & æquiangulum ABCDE, juxta problema 11. præcedens, & ex centro F, ad angulos quinq; pentagoni ducantur rectæ FA, FB, FC, FD, FE, ad eaſq; excitentur perpendiculares GH, HI, IK, KL, LG, coëuntes in G, H, I, K, L: hæ conſtituent pentagonum æquilaterum & æquiangulum circa circulum datum deſcriptum.

XIII. *Propoſitio* 13.

In dato pentagono (ABCDE) æquilatero & æquiangulo circulum inſcribere.

Dividantur duo pentagoni anguli C, D, proximi bifariam rectis CF, DF, quæ coëant in F. Deinde ex F, centro ducatur perpendicularis ad DC, quæ ſit FG. Tertiò ex F, radio FG, deſcribatur circulus; hic intra pentagonum cadet & omnia ac ſingula ejus latera tanget.

XIV. *Propoſitio* 14.

Circa datum pentagonum æquilaterum & æquiangulum (ABCDE) circulum deſcribere.

Diviſis duobus angulis proximis C, & D, bifariam rectis CF, DF, coëuntibus in F, ex F, intervallo FC, vel FD, deſcribatur

batur circulus, hic extra pentagonum cadet. & ſingulos ejus angulos tanget.

X V. *Propoſitio* 15.

IN dato circulo (ABCDEF) hexagonum & æquilaterum & æquiangulum inſcribere.

Ducta diametro A D, *deſcribatur circulus ex D, intervallo D G, qui ſecet circulum datum in C, & E, è quibus per centrum G, rectæ extendantur CF, E*B. *Deinde connectantur rectæ* A B, B *C, CD, DE, EF, F* A, *& inſcriptum erit hexagonum optatum in circulo dato. Hinc colligitur,* hexagoni latus æquale eſſe ſemidiametro circuli, cui illud inſcribi debet.

Hexagonum circumſcribitur circulo *per precepta problematis 12. hujus libri.*

XVI. *Propoſitio* 16.

IN dato circulo (ABC) quintidecagonum & æquilaterum & æquiangulum deſcribere.

Conſtituto triangulo æquilatero D, inſcribatur circulo dato triangulum ei æquiangulum ABC, per problema 2. hujus libri, quod etiam æquilaterum erit Deinde inſcribatur quoq; circulo dato pentagonum æquilaterum & æquiangulum AEFGH, per problema 11. hujus libri, applicans unum angulorum ad punctum A. *Tertiò dividatur arcus E*B, *biſariam in I, erit arcus* B *I, pars 15. circumferentiæ totius: quare ducta recta* B *I, ſubtendet 15. partem totius circumferentiæ, cui ſi aliæ 14. æquales in circulo accommodentur, inſcriptum erit in circulo quintidecagonum æquilaterum & æquiangulum.*

NOTA. *Hoc in loco ſubjicit Clavius,* qua via quævis figura æquilatera & æquiangula circulo inſcribi debeat, *his verbis:*

bis. Sit Circulo A B C D E F G, inſcribendum heptagonum æquilaterum & æquiangulum. *Dividatur itaq; ejus quadrans* A *H, in ſeptem partes æquales, in tot videlicet, quot latera angulosve figura inſcribenda continere debet. Deinde ducatur recta* A *G, quæ ſemper quatuor ejusdem partes ſubtendat, & hæc latus unum erit figuræ inſcribendæ ſeptangulæ. Tertiò arcui* A *G, quatuor partium abſcindantur arcus continuè æquales, eiſdemq; arcubus rectæ ſubtendantur, & inſcripta erit circulo figura propoſita.*

Si verò ſupra datam rectam lineam finitam quævis figura æquilatera & æquiangula deſcribenda ſit, *efficiemus id hac ratione.* Sit ſupra datam rectam A B, conſtituendum pentagonum æquilaterum & æquiangulum. *Productâ* B A, *ad C, ut* A *C, ipſi* A B, *æqualis ſit, deſcribatur ex A, per C, arcus circuli, ductâq; A D, perpendiculari ad* A *C, ut quadrans ſit C D, dividatur quadrans C D, in quinq; partes æquales, in tot videlicet, quot laterum figura conſtruenda ſit, quarum 4 ſint C E, jungaturq; recta A E, quæ ipſi* A B, *æqualis erit. Dico angulum* B A *E, æqualem eſſe angulo pentagoni æquilateri & æquianguli. Deinde circa tria puncta* B, A, *E, circulus deſcribatur juxta præcepta ad problema 3. lib. 3. tradita, & rectis* A B, A *E, rectæ æquales in eo accommodentur* B *H, H G, G E, abſolutum erit pentagonum æquilaterum & æquiangulum, deſcriptum in circulo ac proinde ſupra datam* A B, *quod faciendum erat.*

Si fortè in promptu habeamus aliquam figuram æquilateram & æquiangulam, cui ſupra datam rectam lineam deſideramus conſtituere ſimilem, ſive ea in circulo aliquo deſcripta ſit, ſive non: *ſatis erit uni ejus angulo æqualem angulum conſtituere* B A *E, in extremo datæ lineæ* A B. *Si namq; poſitâ rectâ* A *E, æquali ipſi* A B, *per tria puncta* B, A, *E, circulus*

lus deſcribatur, in eoq; arcus ipſi A *E, æquales continuè abſcindantur, iisq; rectæ ſubtendantur, perficiemus figuram propoſitam,*

Poteſt etiam Pentagonum & Decagonum æquilaterum & æquiangulum una operatione circulo facilimè inſcribi, hoc modo. *Sit datus circulus* A B *C, cujus centrum D. Ductâ diametro* B *C, erigatur D* A, *perpendicularis ad* B C. *Deinde diviſâ ſemidiametro C D, biſariam in E, ducatur recta E* A, *cui æqualis abſcindatur E F. Tertiò ducatur* A *F, erit hæc latus pentagoni & D F, latus Decagoni in dato circulo inſcribendi.*

Placet etiam hîc addere modum, quo vulgò quævis figura & æquilatera & æquiangula circulo inſcribi ſolet.

Triangulum æquilaterum A B C, inſcribitur circulo, *ſi radio ejus D A, invariato, circino ſex abſcindantur arcus æquales in peripheria, & duo deinde qualibet puncta non vicina, ſed inter illa uno omiſſo, conjungantur rectâ.*

Quadrangulum *A B C D, inſcribitur circulo, ductis duabus diametris A C, & B D, ad angulos rectos ſeſe ſecantibus, & earum extremitatibus 4. rectis lineis conjunctis.*

Quinquangulum *A B C D E, inſcribitur eo, quo ſuprà, modo, qui facilimus appellatus fuit.*

Sexangulum *A B C D E F, inſcribitur, ſi radius circuli G A, pro latere ejus uno aſſumptus fuerit.*

Septangulum *A B C D E F G, inſcribitur, ſi in circulo dato ductum fuerit latus unum trianguli æquilateri* A *H, juxta præcepta paulò antè tradita, illudq; lineâ ex centro I, ei perpendiculari biſectum fuerit: hoc namq; modo diſtantia puncti interſectionis K, à lateris trianguli extremitate alterutra* A, *vel H, dabit latus Septanguli circulo dato inſcribendi.*

Octangulum *A B C D E F G H, inſcribitur, ſi per duas diametros orthogonales* A *E, C G, circulus in 4. partes diviſus, ha-*

rumq́ue quælibet in duas alias ſubdiviſa fuerit, octo arcus æquales conſtituentes: his enim rectæ ſubtenſæ, conficient octangulum æquilaterum & æquiangulum quæſitum.

Nonangulum *circulo inſcribitur, ſi ducto latere trianguli æquilateri A B, arcus, quem illud ſubtendit, in tres partes æquales diviſus, lineaq́ue uni earum trium partium ſubtenſa aſſumpta fuerit pro latere uno nonanguli inſcribendi.*

Decangulum *inſcribitur, ſi arcus circuli, quem unum quinquanguli latus A B, ſubtendit bifariam diviſus, & alterutri illarum partium recta ſubtenſa fuerit; hæc namq́ue erit latus decanguli inſcribendi:* Vel *obſerva præcepta, quæ hac de re paulò antè de pentagono & decagono una operatione circulo inſcribendis, tradita fuêre.*

Undecangulum *inſcribere licet, ſi dati circuli ſemidiameter A B, dividatur in 16. partes, earumq́ue novem aſſumantur, pro latere vndecanguli inſcribendi.*

Dodecangulum. *Ducatur in circulo dato latus unum ſexanguli A B, arcusq́ue circumferentiæ, quem illud ſubtendit, dividatur bifariam in C, harum partium uni linea ſubtenſa AC, producit latus dodecanguli circulo dato inſcribendi.*

Figura 13. laterum *conficitur, ſi de ſemidiametro A B, in 27. partes æquales diviſa, 13. partes B C, aſſumptæ fuerint pro latere uno figuræ 13. laterum inſcribendæ.*

Figura 14. laterum *conſtruitur, ſi arcus circuli, quem latus unum ſeptanguli A B, ſubtendit, bifariam diviſus in C, rectaq́ue uni earum partium* A C, *ſubtenſa pro latere figuræ 14. laterum aſſumpta fuerit.*

Figura 15. laterum *eodem modo circulo inſcribi poterit, ſi arcus ab uno quinquanguli latere, A B, ſubtenſus in 3. æquales partes diviſus rectaq́ue uni earum A C, ſubtenſa pro latere uno figuræ 15. laterum inſcribendæ aſſumpta fuerit.* Vel *ſemidiameter D E, di-*

vi-

vidatur in 12. partes, quarum quinq; D F, conſtituunt latus figuræ 15. laterum.

Figura 16. laterum *inſcribitur hoc modo; ducto latere octanguli A B, dividatur arcus ab eo ſubtenſus in duas partes æquales, in C, uniq; earum recta ſubducatur, hæc conſtituet latus unum figuræ 16. laterum circulo inſcribendæ.*

Figura 17. laterum *conficitur, ſi ſemidiameter circuli A B, in 30. partes diviſa, earumq; undecim B C, aſſumptæ fuerint pro latere uno figuræ 17. laterum inſcribendæ.*

Figuræ 18. laterum. *Arcus quem ſubtendit latus nonanguli A B, dividatur bifariam in C, harumq; partium uni ſubducatur recta, hæc erit latus unum figuræ 18. laterum circulo inſcribendæ.* Vel *inſcribatur circulo dato latus unum trianguli æquilateri A D, illudq; in 5. partes æquales dividatur, harum una dabit latus unum figuræ 18. laterum, ut antè.*

Figura 19. laterum *circulo inſcribitur, ſi ſemidiametro A B, in tres partes æquales diviſâ, una earum partium B C, pro uno ejus figuræ latere aſſumpta fuerit.*

Figura 20. laterum. *Dividatur arcus peripheriæ, quem unum decagoni latus A B, ſubtendit, in partes duas æquales in C, alterutriq; earum ſubtendatur recta, hæc erit latus figuræ 20. laterum circulo inſcribendæ.*

His itaq; perceptis, poſſumus figuram quotcunq; laterum circulo inſcribere ſed quando figura tot latera habere, vel ad certam datam lineam accommodari debet, ſatiùs erit ſequi modum illum, quem ſuprà ab initio hujus propoſitionis ex Clavio recitavimus, ubi præcepta figuram quamvis æquilateram & æquiangulam circulo inſcribendi, vel eandem ad certam lineam datam accommodandi, habes facilima.

Hæc igitur de inſcriptione & circumſcriptione figurarum dicta

nunc ſufficiant. Hoc tantùm monendum, figuram quamvis & æquilateram & æquiangulam eadem facilitate circulo circumſcribi poſſe, *ſi figuram propoſitam priùs circulo inſcribas, poſteà præcepta problematis 12. hujus libri obſerves, ut hîc factum eſſe vides in figura ſexangulari A, ſeptangulari B, octangulari C.*

ELEMENTORUM GEOMETRICORUM EUCLIDIS

Liber Quintus.

H*Actenùs in præcedentibus quatuor libris Euclides egit de quantitate continua abſolutè conſiderata: nunc verò in duobus ſequentibus de eadem diſſerit non abſolutè, ſed prout una ad aliam refertur, hoc eſt, quatenus comparata cum alia proportionem aliquam habet. Et hoc quinto libro quidem docet proportiones quantitatum continuarum in genere, non deſcendendo ad ullam quantitatis ſpeciem, ut ad lineam, ſuperficiem vel corpus aliquod. Sexto verò oſtendit in ſpecie, quamnam proportionem habeant inter ſe lineæ, anguli, circumferentiæ circulorum, triangula, & aliæ figuræ planæ.*

Definitiones *in hoc libro adferuntur 19.*

Propoſitiones *verò in eo proponuntur 34. quæ omnes & ſingulæ* Theoremata *ſunt, nulla* Problema: *ſecùs quàm in præcedente libro factum, ubi omnes propoſitiones Problemata fuère.*

THEOREMATA.

I. *Propoſitio* I.

S I ſint quotcunq; magnitudines (AB, CD) quotcunque

que magnitudinum (E, F) æqualium numero, ſingulæ ſingularum æquè multiplices; quàm multiplex eſt unius (A B) una magnitudo (E) tàm multiplices erunt & omnes (A B, C D) omnium (E, F.)

I I. *Propoſitio* 2.

SI prima (A B) ſecundæ (C) æquè fuerit multiplex, atque tertia (D E) quartæ (F:) fuerit autem & quinta (B G) ſecundæ (C) æquè multiplex, atque ſexta (E H) quartæ (F:) erit & compoſita prima (A B) cum quinta (B G) ſecundæ (C) æquè multiplex, atque tertia (D E) cum ſexta (E H) quartæ (F.)

III. *Propoſitio* 3.

SI ſit prima (A) ſecundæ (B) æquè multiplex, atque tertia (C) quartæ (D:) ſumantur autem (E, F,) æquè multiplices primæ (A) & tertiæ (C:) Erit ex æquo ſumptarum (E, F) utraque, utriusque (B, D,) æquè multiplex, altera quidem (E) ſecundæ (B,) altera autem (F) quartæ (D.)

IV. *Propoſitio* 4.

SI prima (A) ad ſecundam (B) eandem habuerit rationem ut tertia (C) ad quartam (D) Etiam æquè multiplices (E, F,) primæ (A) & tertiæ (C,) ad æquè multiplices (G, H,) ſecundæ (B) & quartæ (D,) iuxta quamvis multiplicationem, eandem habebunt rationem, ſi, prout inter ſe reſpondent; ita ſumptæ fuerint.

V. *Propoſitio* 5.

SI magnitudo (A B) magnitudinis (C D) æquè fuerit

multiplex, atque ablata (A E,) ablatæ (C F:) Etiam reliqua (E B) reliquæ (F D) ita multiplex erit, ut tota (A B) totius (C D.)

VI. *Propoſitio* 6.

SI duæ magnitudines (A B, C D) duarum magnitudinum (E, F,) ſint æquè multiplices, & detractæ quædam (A G, C H,) ſint earundem (E, F,) æquè multiplices: & reliquæ (G B, H D) eiſdem (E, F) aut æquales ſunt, aut æquè ipſarum multiplices.

VII. *Propoſitio* 7.

ÆQuales (A, B) ad eandem (C) Eandem habent rationem: Et eadem (C) ad æquales (A, B.)

VIII. *Propoſitio* 8.

INæqualium magnitudinum (A, B) maior (A) ad eandem (C) maiorem rationem habet, quam minor (B:) Et eadem (C) ad minorem (B,) maiorem rationem habet, quàm ad maiorem (A.)

IX. *Propoſitio* 9.

QUæ (A, B) ad eandem (C) eandem habent rationem, æquales ſunt inter ſe: Et ad quas (A, B) eadem (C) eandem habet rationem, eæ quoque ſunt inter ſe æquales.

X. *Propoſitio* 10.

AD eandem magnitudinem (C) rationem habentium (A, B,) quæ maiorem rationem habet (A) illa maior eſt. Ad quam autem (B) eadem (C) maiorem rationem habet, illa (B) minor eſt.

Pro-

XI. *Propoſitio* 11.

QUæ eidem (E F) ſunt eædem rationes (A B, C D) & inter ſe ſunt eædem.

XII. *Propoſitio* 12.

SI ſint magnitudines quotcunque proportionales (A B, C D, E F:) quemadmodum ſe habuerit una antecedentium (A) ad unam conſequentium (B) ita ſe habent omnes antecedentes (A, C, E,) ad omnes conſequentes (B, D, F.)

XIII. *Propoſitio* 13.

SI prima (A) ad ſecundam (B) eandem habuerit rationem, quam tertia (C) ad quartam (D:) tertia verò (C) ad quartam (D) majorem rationem habuerit, quàm quinta (E) ad ſextam (F:) Prima quoque (A) ad ſecundam (B) majorem rationem habebit, quàm quinta (E) ad ſextam (F.)

XIV. *Propoſitio* 14.

SI prima (A) ad ſecundam (B) eandem habuerit rationem, quam tertia (C) ad quartam (D) Prima verò (A) quàm tertia (C) major fuerit, erit & ſecunda (B) major quàm quarta (D.) Quòd ſi prima (A) æqualis fuerit tertiæ (C) erit & ſecunda (B) æqualis quartæ (D.) Si verò minor (A) & minor (B) erit.

XV. *Propoſitio* 15.

PArtes (A, B) cum pariter multiplicibus (C D, E F,) in eadem ſunt ratione, ſi prout ſibi mutuò reſpondent ita ſumantur.

Pro-

XVI. *Propoſitio* 16.

SI quatuor magnitudines (A,B,C,D) proportionales fuerint, & viciſſim proportionales erunt.

XVII. *Propoſitio* 17.

SI compoſitæ magnitudines (A C, C B & D F, F E) proportionales fuerint; hæ quoque diviſæ (A C, C B, & D F, F E,) proportionales erunt.

XVIII. *Propoſitio* 18.

SI diviſæ magnitudines (A B, B C & D E, E F) ſint proportionales; hæ quoque compoſitæ (A B C, & D E F) proportionales erunt.

XIX. *Propoſitio*. 19.

SI quemadmodum totum (A B) ad totum (C D,) ita ablatum (A E) ſe habuerit ad ablatum (C F:) & reliquum (E B) ad reliquum (F D) ut totum (A B) ad totum (C D) ſe habebit.

XX. *Propoſitio* 20.

SI ſint tres magnitudines (A, B, C,) & aliæ ipſis æquales numero (D, E, F,) quæ binæ (A B, D E, & B C; E F) in eadem ratione ſumantur: ex æquo autem prima (A) quàm tertia (C) major fuerit, erit & quarta (D) quàm ſexta (F) major. Quod ſi prima (A) tertiæ (C) fuerit æqualis, erit & quarta (D) æqualis ſextæ (F.) Sin illa (A) minor, hæc quoque (D) minor erit.

XXI. *Propoſitio* 21.

SI ſint tres magnitudines (A, B, C) & aliæ ipſis æquales nu-

numero D, E, F,) quæ binæ, (A B, E F, & B C, D E,) & in eadem ratione ſumantur, fueritque perturbata earum proportio: ex æquo autem prima (A) quàm tertia (C) major fuerit: erit & quarta (D,) quàm ſexta (F) major. Quòd ſi prima (A) tertiæ (C) fuerit æqualis, erit & quarta (D) æqualis ſextæ (F;) Sin illa (A) minor, hæc quoque (D) minor erit.

XXII. *Propoſitio* 22.

SI ſint quotcunque magnitudines (A, B, C,) & aliæ ipſis æquales numero (D, E, F,) quæ binæ (A B, D E, & B C, E F,) in eadem ratione ſumantur: Et ex æqualitate in eadem ratione erunt (A C, D F.)

XXIII. *Propoſitio* 23.

SI ſint tres magnitudines (A, B, C,) aliæque ipſis æquales numero (D, E, F,) quæ binæ (A B, E F, & B C, D E,) in eadem ratione ſumantur, fuerit autem earum perturbata proportio: Etiam ex æqualitate in eadem ratione erunt (A C, & D F.)

XXIV. *Propoſitio* 24.

SI prima (A B) ad ſecundam (C) eandem habuerit rationem, quam tertia (D E,) ad quartam (F;) habuerit autem & quinta (B G) ad ſecundam (C) eandem rationem, quam ſexta (E H) ad quartam (F:) Etiam compoſita prima cum quinta (A G) ad ſecundam (C) eandem habebit rationem, quam tertia cum ſexta (D H) ad quartam (F.)

XXV. *Propoſitio* 25.

SI quatuor magnitudines (A, B, C, D) proportionales

fuerint: maxima (A) & minima (D) reliquis duabus (B,C) majores erunt.

XXVI. *Propoſitio* 26.

SI prima (A) ad ſecundam (B) habuerit majorem proportionem, quàm tertia (C) ad quartam (D:) Habebit convertendo ſecunda (B) ad primam (A) minorem proportionem, quàm quarta (D) ad tertiam (C.)

XXVII. *Propoſitio* 27.

SI prima (A,) ad ſecundam (B) habuerit majorem proportionem, quàm tertia (C) ad quartam (D:) Habebit quoque viciſſim prima (A) ad tertiam (C) majorem proportionem, quàm ſecunda (B) ad quartam (D.)

XXVIII. *Propoſitio* 28.

SI prima (AB) ad ſecundam (BC,) habuerit majorem proportionem, quàm tertia (DE) ad quartam (EF:) Habebit quoque compoſita prima cum ſecunda (AC) ad ſecundam (BC) majorem proportionem, quàm compoſita tertia cum quarta (DF) ad quartam (EF.)

XXIX. *Propoſitio* 29.

SI compoſita prima cum ſecunda (AC) ad ſecundam (BC) majorem habuerit proportionem, quàm compoſita tertia cum quarta (DF) ad quartam (EF:) Habebit quoque dividendo prima (AB) ad ſecundam (BC) majorem proportionem, quàm tertia (DE) ad quartam (EF.)

XXX. *Propoſitio* 30.

SI compoſita prima cum ſecunda (AC) ad ſecundam (BC) habuerit majorem proportionem, quàm compoſita ter-

tertia cum quarta (D F) ad quartam (E F:) Habebit per conversionem rationis, prima cum ſecunda (A C) ad primam (A B) minorem proportionem, quàm tertia cum quarta (D F) ad tertiam (D E.)

XXXI. *Propoſitio* 31.

SI ſint tres magnitudines (A, B, C) & aliæ ipſis æquales numero (D, E, F) ſitque major proportio primæ priorum (A) ad ſecundam (B) quàm primæ poſteriorum (D) ad ſecundam (E.) Item ſecundæ priorum (B) ad tertiam (C) major, quàm ſecundæ poſteriorum (E) ad tertiam (F.) Erit quoque ex æqualitate major proportio primæ priorum (A) ad tertiam (C) quàm primæ poſteriorum (*D*) ad tertiam (F.)

XXXII. *Propoſitio* 32.

SI ſint tres magnitudines (A, B, C) & aliæ ipſis æquales numero (D, E, F) ſitque major proportio primæ priorum (A) ad ſecundam (B) quàm ſecundæ poſteriorum (E) ad tertiam (F) Item ſecundæ priorum (B,) ad tertiam (C) major, quam primæ poſteriorum (D) ad ſecundam (E:) Erit quoque ex æqualitate, major proportio primæ priorum (A) ad tertiam (C) quam primæ poſteriorum (*D*) ad tertiam (F.)

XXXIII. *Propoſitio* 33.

SI fuerit major proportio totius (A B) ad totum (C D,) quàm ablati (A E,) ad ablatum (C F:) Erit & reliqui (E B) ad reliquum (*F D,*) major proportio, quàm totius (A B) ad totum (C D.)

XXXIV. *Propoſitio* 34.

SI ſint quotcunque magnitudines (A, B, C) & aliæ ipſis æquales numero (D, E, F) ſitque major proportio primæ priorum (A) ad primam poſteriorum (*D*) quàm ſecundæ (B) ad ſecundam (E;) & hæc major, quàm tertiæ (C,) ad tertiam (*F*) & ſic deinceps: Habebunt omnes priores (A, B, C) ſimul ad omnes poſteriores (D, E, *F*,) ſimul, majorem proportionem; quam omnes priores (B, C) relictâ primâ (A,) ad omnes poſteriores (E, F) relictâ quoque primâ (*D*:) minorem autem, quam prima priorum (A) ad primam poſteriorum (*D*:) majorem denique etiam, quam ultima priorum (C) ad ultimam poſteriorum [*F.*]

ELEMENTORUM GEOMETRICORUM EUCLIDIS

Liber Sextus.

CUm Euclides hactenus in quinto libro egiſſet de proportione quantitatis continuæ in genere, deſcendit nunc hoc ſexto libro ad ejus ſpecies, indicando quamnam proportionem habeant figuræ inter ſe, agens de figuris ſimilibus & reciprocis; de rectis lineis proportionalibus: de parallelogrammorum applicationib: ad rectas lineas, quæ vel deficiant parallelogrammis ſimilibus, vel excedant: de linea terminata extrema ac media ratione ſecanda: de proportionibus circumferentiarum, & angulorum, itemq; ſectorum in circulis æqualibus.

Definitiones *ſex habet.*

Propoſitiones *verò 33. quarum 10.* Problemata *ſunt; reliqua 23.* Theoremata.

PRO-

PROBLEMATA.

I. Propoſitio. 9.

A Data recta linea (A B) imperatam partem (A G) auferre.

Ex A, ducatur recta A C, faciens angulum C A B, utcunq; Deinde ex A C, abſcindantur tot partes æquales cujuslibet magnitudinis, quota pars detrahenda eſt ex A B, ut hoc loco tres A D, D E, E F, quia tertia pars ex A B, auferenda eſt. Tertiò ex F, ad B, ducatur recta F B, cui per D, parallela agatur D G. Dico hanc ex A B tertiam partem A G imperatam abſcindere.

Addit hîc Clavius; Quòd ſi ex A B, auferenda ſit pars non aliquota, ſed quæ plures aliquotas, non efficientes unam, complectitur, nimirùm quæ contineat quatuor undecimas *A B: Sumendæ erunt ex A C, undecim partes æquales usq; ad D, punctum, ex quo ad B, recta ducatur D B: & huic parallela E F, ex E, termino quatuor partium. Nam A F, erit pars imperata, continens quatuor undecimas ipſius A B.*

II. Propoſitio 10.

DAtam rectam lineam (A B) inſectam ſimiliter ſecare, ut data altera recta (A C) ſecta fuerit.

Conjungantur datæ duæ lineæ A B, & A C, ad A, facientes angulum quemcunq; B A C, & connectatur recta B C. Deinde ex D, E, ſectionum punctis ipſius A C, ducantur D F, E G, parallelæ ipſi B C. Dico nunc rectam A B, ſimiliter eſſe ſectam in F, & G, ut eſt ſecta A C, in D, & E.

Hîc docet quoq; Clavius, datam lineam rectam in partes quotcunque æquales dividere. *Idem fecit ad propoſitionem 40. Libri primi: hujus verò dividendæ præcepta nos in problemate 5. lib. 1. tradidimus.*

III. *Propoſitio* 11.

DUabus datis rectis lineis (AB, AC) tertiam proportionalem (CE,) adinvenire.

Datæ rectæ AB, AC, ita diſponantur, ut efficiant angulum A, quemcunq;. Deinde producatur AB, quam volumus eſſe antecedentem, & in ea capiatur BD, æqualis ipſi AC, quæ conſequens eſſe debet, ſive media. Tertiò ducatur recta BC, eiq; ex D, agatur parallela DE, occurrens ipſi AC, productæ in E; Dico nunc CE, eſſe tertiam proportionalem quæſitam. Ut enim AB, ſe habet ad AC; ita AC, ſe habet ad CE.

NOTA. *Inventâ tertiâ lineâ continuè proportionali, ſi primam omiſeris & aliis duabus tertiam inveneris, habebis quatuor lineas continuè proportionales; Ut, ſi lineis A & B, adjuveniatur tertia proportionalis D, erunt quatuor lineæ, A, B, C, D, continuè proportionales.*

Eadem arte reperietur quinta proportionalis, ſexta, ſeptima, octava, & ſic conſequenter.

IV. *Propoſitio* 12.

TRibus datis rectis lineis (AB, BC, AD) quartam proportionalem (DE) invenire.

Diſponantur primæ duæ AB, BC, ſecundum lineam rectam, quæ ſit AC: tertia verò AD, cum prima AB, faciat angulum A, quemcunq;. Deinde ex B, ad D, recta ducatur BD, cui per C, parallela ducatur CE, occurrens rectæ AD, productæ, in E, puncto. Dico nunc DE, eſſe quartam proportionalem quæſitam.

Hinc facilè eruitur, quâ ratione, datis duabus lineis rectis, duæ aliæ in eadem cum illis proportione reperiri poſſint. *Si enim datæ ſint duæ rectæ lineæ A, B, in quacunq; proportione, & tertia qualibet accipiatur C, & ei quarta proportionalis inve-*

veniatur D, per præcepta nunc tradita, ut ſit ſicut A, ad B, ita C, ad D, factum erit, quod proponitur.

Eadem arte invenientur ſex lineæ, octo, decem, duodecim &c. quarum binæ ſemper eandem habeant proportionem.

Docet hîc Clavius; Tribus datis rectis lineis, quartam invenire, quæ ſit ad tertiam, ut prima ad ſecundam: *hoc modo. Diſponantur primæ duæ AB, BC, in directum, ut faciant rectam AC, ita tamen ut ſecunda BC, priori loco ponatur, prima verò AB, poſteriori: Tertia verò CD, cum ſecunda BC, faciat angulum C, quemcunq́. Deinde ex B, ad D, recta ducatur BD, cui per A, parallela ducatur AE, occurrens rectæ CD, productæ in E. Dico nunc ED, eſſe quartam quæſitam & habere ad DC, tertiam, eam proportionem, quam habet AB, prima, ad BC, ſecundam.*

V. *Propoſitio* 13.

DUabus datis rectis lineis (AB, BC,) mediam proportionalem (BD) invenire.

Diſponantur datæ duæ lineæ AB, BC, ſecundum lineam rectam AC, & dividatur AC, bifariam in E, ac ex E, centro, intervallo EA, vel EC, deſcribatur ſemicirculus ADC. Deinde ex B, erigatur ad AC, perpendicularis BD, ad circumferentiam usq́. Dico nunc BD, eſſe mediam proportionalem inter AB, & BC, hoc eſt, ſicut ſe habet AB, ad BD; ita ſe habet quoque BD, ad BC.

Addit hoc in loco Clavius ex Peletario. Quomodo datâ rectâ lineâ AC, aliam rectam datam AB (quæ minor non ſit, quàm dupla illius AC) ita ſecare liceat, ut data recta AC, ſit media proportionalis inter ſegmenta AF, FB, hujus AB. *Diſponantur rectæ AB, AC, datæ ad angulum rectum BAC, & dividatur AB, bifariam in D, ac ex D, centro, intervallo*

vallo D A, vel D B, deſcribatur ſemicirculus A E B. Deinde per C, ducatur ipſi A B, parallela C E, ſecans vel tangens circumferentiam in puncto E (ſecabit autem eam, ſi A C, minor fuerit, quàm dimidium rectæ A B, hoc eſt, ſemidiameter: tanget autem eandem circumferentiam, ſi æqualis fuerit dimidio rectæ A B, hoc eſt, ſemidiametro) à quo demittatur ad A B, perpendicularis E F; Dico nunc A C, eſſe mediam proportionalem inter ſegmenta A F, F B, datæ rectæ A B.

VI. *Propoſitio* 18.

A Data recta linea (A B) dato rectilineo (C D E F G,) ſimile, ſimiliterque poſitum rectilineum (A B H I K) deſcribere.

Ex quolibet angulo dati rectilinei C D E F G, ut ex F, ducantur ad ſingulos angulos oppoſitos rectæ lineæ, quæ rectilineum datum reſolvant, in triangula C D F, D E F, F G C. Deinde angulo C D F, æqualis fiat angulus B A I; & angulo C D F angulus A B I, coëantq; rectæ A I, B I, in I, puncto. Tertiò angulo F D E, æqualis fiat angulus I B H, & angulo D F E, angulus B I H, coëantq; rectæ B H, I H, in H. Quartò angulo C F G, fiat æqualis angulus A I K, & angulo F C G, angulus I A K, coëantq; rectæ A K, I K, in K, puncto. Atq; ita procedatur, donec abſolvantur omnia triangula rectilinei propoſiti, ſi plura extiterint; & rectilineum hac ratione conſtructum rectilineo propoſito ſimile erit, ſimiliterq; poſitum.

Dicuntur autem rectilinea, ſuper lineas rectas deſcripta, eſſe ſimilia & ſimiliter poſita, quando anguli æquales conſtituuntur ſuper ipſas rectas lineas, & tàm reliqui æquales anguli, quàm latera proportionalia ſemper ordine ſeſe conſequuntur.

Subjicit hîc Clavius modum, quo Problema propoſitum expeditiùs conficere poſſumus, rectilineum datum vel augendo, vel

dimi-

diminuendo, *his verbis*. Sit dato rectilineo ABCDEF, ſuper datam rectam G, vel aliam ei æqualem, deſcribendum ſimile rectilineum ſimiliterque poſitum. *Productis duobus lateribus AB, AF, circa angulum A, educantur ex A, per omnes alios angulos rectæ AC, AD, AE, quantum libet. Deinde ex AB, abſcindatur AH, æqualis datæ rectæ G, vel certè ex ipſa AB, ulteriùs producta, ſi fortè G, fuerit major, quam AB. Poſt hac per H, agatur recta HI, lateri BC, parallela, & per I, recta IK, lateri CD, parallela, & ſic deinceps, donec omnia latera ſuas habeant parallelas, demptis duobus lateribus productis AB, AF, factumq; erit, quod proponitur; hoc eſt, figura AHIKLM ſuper rectam AH, datæ rectæ G, æqualem, ſimilis erit ſimiliterq; poſita figuræ propoſitæ ABCDEF, ſuper rectam AB, conſtitutæ.*

VII. *Propoſitio* 25.

DAto rectilineo (A) ſimile ſimiliterque poſitum (C) & alteri dato (B) æquale idem conſtituere.

Super CD, unum dati rectilinei A, latus, cui ſimile conſtitui debet, conſtituatur parallelogrammum CE, in quovis angulo, æquale rectilineo A, per problema 13. libri primi: & ſuper rectam DE, in angulo EDG, qui æqualis ſit angulo DCF, parellelogrammum DH, æquale ipſi B, per problema 12. dicti libri, eritq; tàm CDG, quàm FEH, linea una recta. Inveniatur nunc inter rectas CD, DG, media proportionalis IK, per problema 5. hujus libri, ſuper quam conſtituatur rectilineum L, ſimile ipſi A, ſimiliterq; poſitum, per problema 6. hujus. Dico L, æquale eſſe alteri rectilineo B.

VIII. *Propoſitio* 28.

AD datam lineam rectam (AB) dato rectilineo (C) æ-

quale parallelogrammum (A P) applicare, deficiens figura parallelogramma (PB) quæ ſimilis ſit alteri parallelogrammo dato (D.) Oportet autem datum rectilineum (c) cui æquale applicandum eſt, non majus eſſe eo, quod ad dimidiam applicatur, cùm ſimiles fuerint defectus, & ejus, quod ad dimidiam applicatur, & ejus, cui ſimile deeſſe debet.

Secetur data A B, bifariam in E, & ſuper medietatem E B, deſcribatur parallelogrammum E F G B, ſimile ipſi D, ſimiliterq; poſitum, per problema 6. hujus lib. & compleatur totum parallelogrammum A H G B. Si igitur parallelogrammum A H F E, æquale eſt rectilineo C, cum ſit applicatum ad A B, deficiens parallelogrammo E F G B, ſimili ipſi D, factum erit quod jubetur.

Si autem Parallelogrammum A F majus eſt rectilineo dato C, (minus enim eſſe non debet) quæratur ejus exceſſus ſuper rectilineum datum, C, qui ſit I, per præcepta ad problemata 13. lib. 1. tradita; & conſtituatur parallelogrammum K L M N, ſimile quidem ſimiliterq; poſitum ipſi D, ſeu ipſi E G, æquale verò exceſſui invento I: ut ſit E G, parallelogrammum æquale rectilineo C, & parallelogrammo K M, ſimùl, & ob id majus, quàm K M. Deinde abſcindantur rectæ F O, F Q, æquales ipſis K N, K L, & completo parallelogrammo F Q P O, erit hoc ipſi L N, æquale & eidem ſimile ſimiliterq; poſitum, & propterea ipſi E G, atq; adeò circa eandem diametrum cum E G, conſiſtet, quæ ſit B F, Tertiò producantur rectæ Q P, O P, erit parallelogrammum A P, ad rectam A B, applicatum æquale rectilineo C, dato, deficiens parallelogrammo P B, quod ſimile eſt ipſi E G, ſimiliterque poſitum, & propterea ipſi D, dato.

IX. Propoſitio. 29.

Ad datum rectam lineam (AB) dato rectilineo (C) æquale pa-

le parallelogrammum (A P) applicare, excedens figura parallelogramma (R Q) quæ ſimilis ſit parallelogrammo alteri (D) dato.

Data recta A B, dividatur bifariam in E & ſuper dimidiam E B, conſtruatur parallelogrammum E F G B, ſimile ipſi D, dato, ſimiliterq; poſitum, per problema 6. hujus libri. Deinde rectilineo C, & parallelogrammo E F G B, conſtituatur quadratum æquale H, per problema 2. libri, 2, cui quidem æquale fiat parallelogrammum I K L M, ſimile verò ipſi E F G B, ſimiliterq; poſitum; eritq; propterea I K L M, majus quàm E F G B, quia æquale eſt quadrato H, quod rectilineo C, & parallelogrammo E G, conſtructum eſt æquale. Deinde producantur F E, F G, ut rectæ F O, F N, æquales ſint rectis I M, I K, & completo parallelogrammo O N, erit hoc ſimile ſimiliterq; poſitum ipſi E G, cum ſit æquale ipſi M K, & ſimile ſimiliterq; poſitum: quare parallelogramma O N, E G, circa eandem diametrum conſiſtent, quæ ſit F P. Tertiò producantur A B, B G, ad Q & R, & P O, donec cum A S, ipſi F O, parallela conveniat in S, erit parallelogrammum A P, applicatum ad rectam A B, æquale rectilineo C, excedens parallelogrammo Q R, quod ſimile eſt ipſi E G, ac propterea quoq; ipſi D, dato.

X. *Propoſitio.* 30.

Propoſitam rectam lineam terminatam (A B) extrema, ac media ratione ſecare.

Deſcribatur ſuper datam A B, quadratum A B C D, & ad latus D A, applicetur rectangulum D F, æquale quadrato A C, & excedens parallelogrammo A F, ſimili ipſi quadrato, per problema 9. hujus, ita ut ſit A F, quoq; quadratum, cum quadrato ſolùm quadratum ſit ſimile: ſecet autem recta E F, rectam A B, in H. Dico A B, ſectam eſſe in H, extrema ac media ratione.

Secundum autem extremam & mediam ratione recta linea

ſecta eſſe dicitur, cùm ut tota ad majus ſegmentum, ita majus ad minus ſegmentum ſe habuerit.

Breviùs, quod hoc problema docuit, perficere. *Dividatur data AB, in C, ita ut rectangulum ſub tota A B, & ſegmento minori C B, æquale ſit quadrato alterius ſegmenti majoris A C, per problema 1. lib. 2. Dico nunc A B, eſſe ſectam extrema & media ratione. Ut enim ſe habet tota A B, ad ſegmentum majus A C, ita ſe habet idem ſegmentum majus A C, ad ſegmentum minus C B.*

THEOREMATA.

I. *Propoſitio* 1.

TRiangula (A B C, D E F) & parallelogramma (B C A G, E F H L) quorum eadem fuerit altitudo, ita ſe habent inter ſe, ut baſes (B C, E F.)

II. *Propoſitio* 2.

SI ad unum trianguli (A B C) latus (B C) parallela ducta fuerit recta quædam linea (D E) hæc propoſitionaliter ſecabit ipſius trianguli latera (A B, A C.) Et ſi trianguli latera (A B, A C) propoſitionaliter ſecta fuerint, quæ ad ſectiones (D, E) adjuncta fuerit recta linea (D E,) erit ad reliquum ipſius trianguli latus (B C) parallela.

Propoſitionaliter autem ſecta eſſe latera dicuntur, quando A D, *ad* D B, *ſe habet, ſicut* A E, *ad* E C, *vel contra.*

III. *Propoſitio* 3.

SI trianguli (A B C) angulus (A) bifariam ſectus ſit, ſecans autem angulum recta linea (A D) ſecuerit & baſin (B C) Baſis ſegmenta (B D, D C) eandem habebunt rationem, quam reliqua ipſius trianguli latera (B A, A C.) Et ſi

baſis

baſis ſegmenta (BD, DC) eandem habeant rationem, quam reliqua ipſius trianguli latera (BA, AC,) recta linea (AD,) quæ à vertice (A) ad ſectionem (D) producitur, bifariam ſecat trianguli ipſius angulum (A.)

IV. *Propoſitio* 4.

ÆQuiangulorum triangulorum (ABC, DEC,) proportionalia ſunt latera, quæ circa æquales angulos; & homologa ſunt latera, quæ æqualibus angulis ſubtenduntur.

Proportio laterum, *Ut ſe habet AB, ad BC, ita DE, ad EC. Deinde, ut BC, ad CA, ita EC, ad CD. Tertiò, ut AB, ad AC, ita DE, ad DC.*

Æquales anguli *ABC & DEC: item BAC & EDC. item ACB, & DCE.*

Latera homologa, *BC, EC, & BA, ED, & AC, DC.*

V. *Propoſitio* 5.

SI duo triangula (ABC, DEF) latera proportionalia habeant, æquiangula erunt triangula, & æquales habebunt eos angulos, ſub quibus & homologa latera ſubtenduntur.

VI. *Propoſitio* 6.

SI duo triangula (ABC, DEF) unum angulum (B) uni angulo (E) æqualem, & circum æquales angulos (B, E,) latera (AB, BC, & DE, EF,) proportionalia habuerint; æquiangula erunt triangula, æqualeſque habebunt angulos, ſub quibus homologa latera ſubtenduntur.

VII. Propoſitio 7.

SI duo triangula (A B C, D E F,) unum angulum (A) uni angulo (D) æqualem, circa autem alios angulos (C, F,) latera proportionalia habeant: reliquorum verò (B, E,) ſimùl utrumque aut minorem, aut non minorem recto: æquiangula erunt triangula, & æquales habebunt eos angulos, circum quos ſunt proportionalia latera.

VIII. Propoſitio 8.

SI in triangulo rectangulo (A B C) ab angulo recto (BAC) in baſin (B C) perpendicularis (A D) ducta ſit: quæ ad perpendicularem triangula, tum toti triangulo, tum ipſa inter ſe ſimilia ſunt.

Ex hoc theoremate colligitur, perpendicularem, quæ in rectangulo triangulo ab angulo recto in baſin demittitur, eſſe mediam proportionalem inter duo baſis ſegmenta: & utrumlibet laterum angulum rectum includentium, medium proportionale eſſe inter totam baſin & illud ſegmentum, quod ei lateri adjacet.

IX. Propoſitio 14.

ÆQualium (A B C D, B E F G) & unum (A B C) uni (E B G,) æqualem habentium angulum, parallelogrammorum, reciproca ſunt latera (A B, B G, & E B, B C,) quæ circum æquales angulos. Et quorum parallelogrammorum unum angulum uni angulo æqualem habentium reciproca ſunt latera, quæ circum æquales angulos; illa ſunt æqualia.

X. Propoſitio 15.

ÆQualium (A B C, D B E,) & unum (B) uni (B) æqualem habentium angulum, triangulorum, reciproca

ſunt

ſunt latera (A B, B E, & D B, B C,) quæ circum æquales angulos; & quorum triangulorum unum angulum uni æqualem habentium reciproca ſunt latera, quæ circum æquales angulos, illa ſunt æqualia.

XI. *Propoſitio* 16.

SI quatuor rectæ lineæ (A B, F G, E F, B C) proportionales fuerint, quod ſub extremis (A B, B C,) comprehenditur rectangulum, æquale eſt ei, quod ſub mediis (FG, EF,) comprehenditur, rectangulo. Et ſi ſub extremis comprehenſum rectangulum æquale fuerit ei, quod ſub mediis continetur, rectangulo: illæ quatuor rectæ lineæ proportionales erunt.

Dicuntur autem 4. lineæ proportionales eſſe, quando prima ſe habet ad ſecundam, ſicut tertia ad quartam.

XII. *Propoſitio* 17.

SI tres rectæ (A B, E F, B C,) ſint proportionales; quod ſub extremis (AB, BC,) comprehenditur rectangulum, æquale eſt ei, quod à media (E F,) deſcribitur quadrato. Et ſi ſub extremis comprehenſum rectangulum æquale ſit ei, quod à media deſcribitur, quadrato; illæ tres rectæ lineæ proportionales erunt.

Dicuntur verò tres rectæ proportionales, quando prima ſe habet ad ſecundam, ſicut ſecunda ad tertiam.

Hinc etiam colligitur quamlibet rectam lineam eſſe mediam proportionalem inter quaſvis alias duas rectas, quæ comprehendunt rectangulum quadrato illius lineæ æquale.

XIII. *Propoſitio* 19.

SImilia triangula (A B C, D E F,) inter ſe ſunt in duplicata

cata ratione homologorum laterum (BC, EF,) vel (AB, DE,) vel (AC, DF.)

Itaq́; ſi fuerint tres rectæ proportionales, erit ut prima ad tertiam, ita triangulum ſuper primam deſcriptum ad triangulum ſuper ſecundam ſimile ſimiliterq́; deſcriptum.

XIV. *Propoſitio* 20.

SImilia polygona (ABCDE,) & (FGHIK,) in ſimilia triangula (a, b, c,) dividuntur, & numero æqualia, & homologa totis polygonis: Et polygona duplicatam habent eam inter ſe rationem, quam latus homologum ad homologum latus.

Itaque ſi fuerint tres rectæ proportionales, erit ut prima ad tertiam, ita Polygonum ſuper primam deſcriptum ad polygonum ſuper ſecundam ſimile ſimiliterq́; deſcriptum: vel *ita erit polygonum ſuper ſecundam deſcriptum ad polygonum ſuper tertiam ſimile ſimiliterq́; deſcriptum.*

Hic etiam demonſtrat Clavius ſequens theorema. Si linea recta dupla fuerit lineæ rectæ, quadratum illius quadruplum erit quadrati hujus: *Et contrà,* ſi quadratum quadruplum fuerit quadrati, latus illius duplum erit lateris hujus.

XV. *Propoſitio* 21.

QUæ (ABC, DEF,) eidem rectilineo (GHI,) ſunt ſimilia, & inter ſe ſunt ſimilia.

XVI. *Propoſitio* 22.

SI quatuor rectæ lineæ (AB, CD, EF, GH,) proportionales fuerint: Et ab eis rectilinea ſimilia ſimiliterq́; deſcripta, proportionalia erunt. Et ſi à rectis lineis ſimilia ſimi-

ſimiliterque deſcripta rectilinea, proportionalia fuerint: ipſæ etiam rectæ lineæ proportionales erunt.

XVII. *Propoſitio* 23.

ÆQuiangula parallelogramma (ABCD, CEFG,) inter ſe rationem habent eam, quæ ex lateribus componitur.

XVIII. *Propoſitio* 24.

IN omni parallelogrammo (ABCD,) quæ circa diametrum (AC,) ſunt parallelogramma, & toti, & inter ſe ſunt ſimilia.

XIX. *Propoſitio* 26.

SI à parallelogrammo (ABCD,) parallelogrammum (AEFG,) ablatum ſit, & ſimile toti, & ſimiliter poſitum, communem cum eo habens angulum (EAG;) hoc circum eandem cum toto diametrum (AC,) conſiſtet.

XX. *Propoſitio* 27.

OMnium parallelogrammorum ſecundum eandem rectam lineam (AB,) applicatorum, deficientiumque figuris parallelogrammis ſimilibus ſimiliterq; poſitis, ei, quod à dimidia deſcribitur; maximum id eſt, quod ad dimidiam (AC) applicatur parallelogrammum ſimile exiſtens defectui.

XXI. *Propoſitio* 31.

IN rectangulis triangulis (ABC,) figura quævis à latere (BC,) rectum angulum (A,) ſubtendente deſcripta, æqualis eſt figuris, quæ priori illi ſimiles & ſimiliter poſitæ

à lateribus (A B, A C,) rectum angulum (A) continentibus deſcribuntur.

XXII. *Propoſitio* 32.

SI duo triangula (A B C, D C E,) quæ duo latera (A B, A C,) duobus lateribus (D C, D E,) proportionalia habeant, ſecundum unum angulum (A C D,) compoſita fuerint, ita ut homologa eorum latera (A B, D C & A C, D E,) ſint etiam parallela: tùm reliqua illorum triangulorum latera (B C, C E,) in rectam lineam collocata reperientur.

XXIII. *Propoſitio* 33.

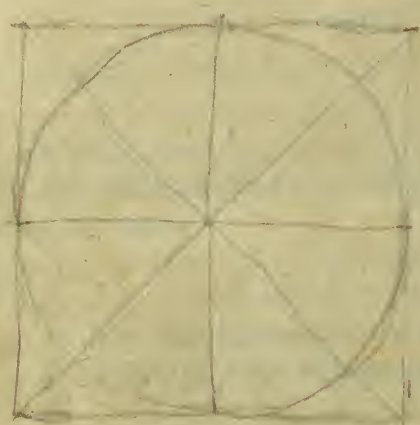
IN æqualibus circulis (A B C, E F G,) anguli eandem habent rationem cum peripherijs (B C, F G,) quibus inſiſtunt, ſive ad centra (D, H,) ſive ad peripherias (A, E,) conſtituti inſiſtant: Inſuper verò & ſectores, quippe qui ad centra conſiſtunt.

Demonſtratur hîc etiam à Clavio ſequens theorema. Si duo aut plures circuli ex eodem centro deſcribantur, atque ex centro duæ aut plures rectæ lineæ ducantur; erunt arcus inter quaſcunque duas lineas intercepti ſimiles.

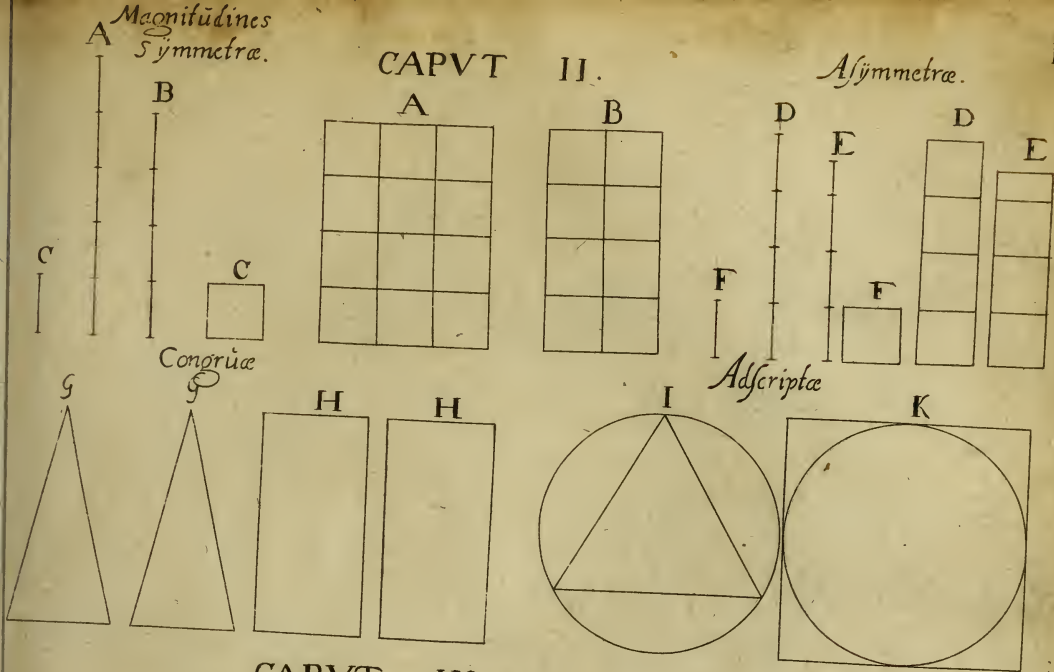
Finis partis poſterioris.

Errata Typographica.

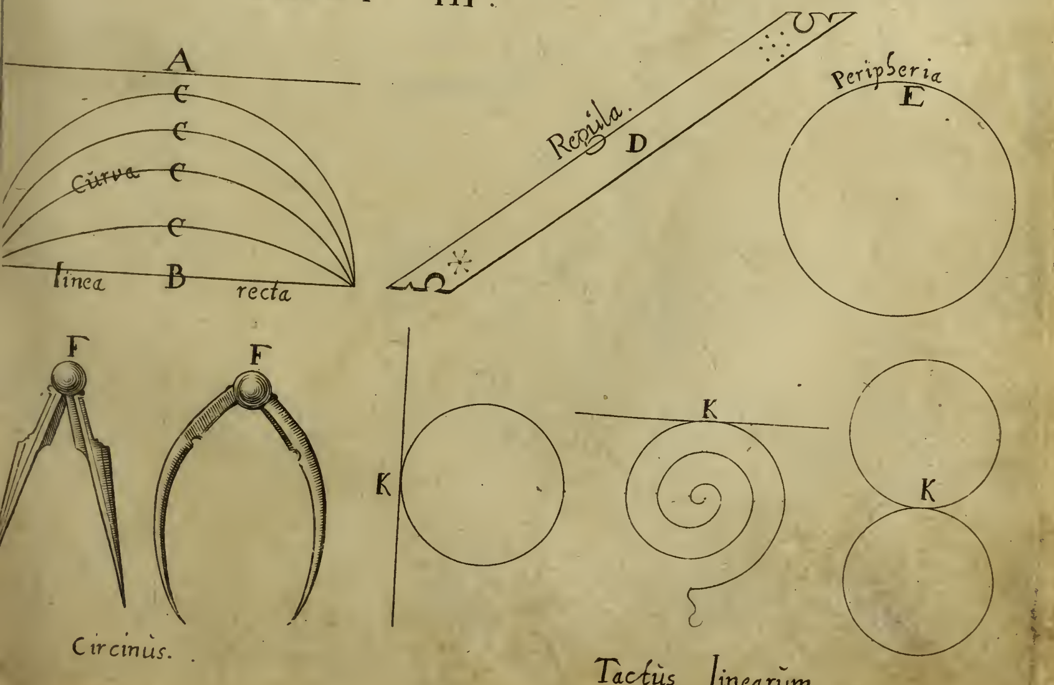
Pagina 12. linea 12. pro æquitermiua, lege æquitermina.
Pag. 15. lin. 1. pro Icoſaëdum, lege Icoſaëdrum.
Pag. 21. lin. 10. pro methoto, lege methodo.
Pag. 24. lin. 8. pro eam, lege eum.
Pag. 41. lin. 15. pro indictat, lege indicat.
Pag. 52. lin. 24. pro contractum, lege contactum.
Pag. 84. lin. 16. 18. 21. pro propoſitionaliter, lege proportionaliter.

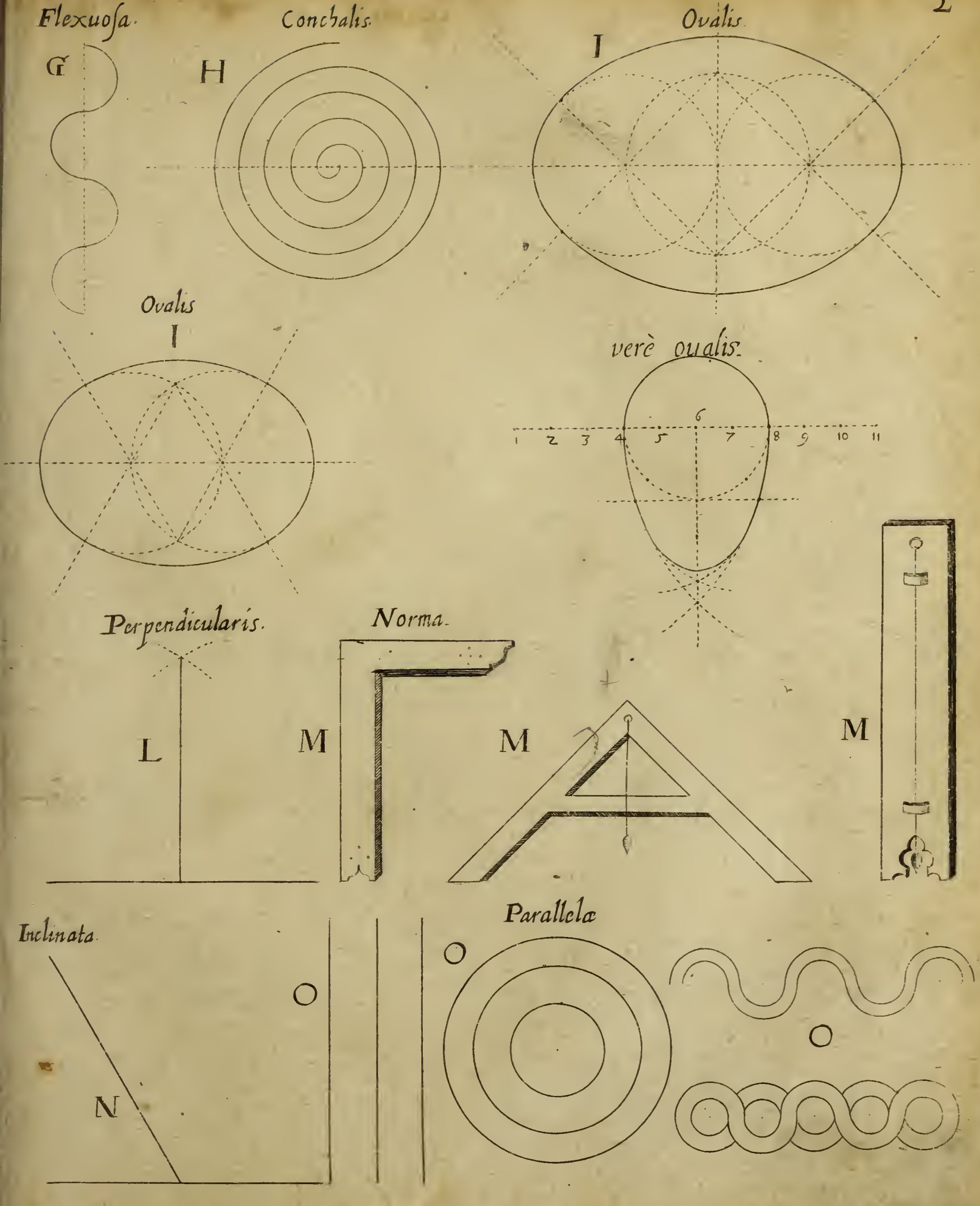


CAPVT II.

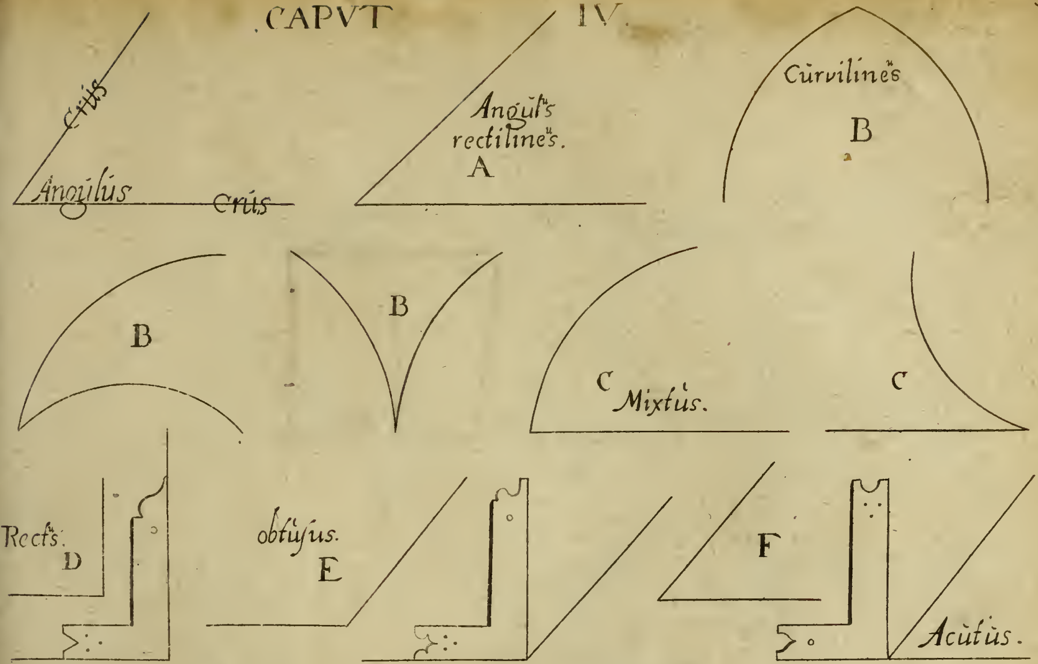


CAPVT III.

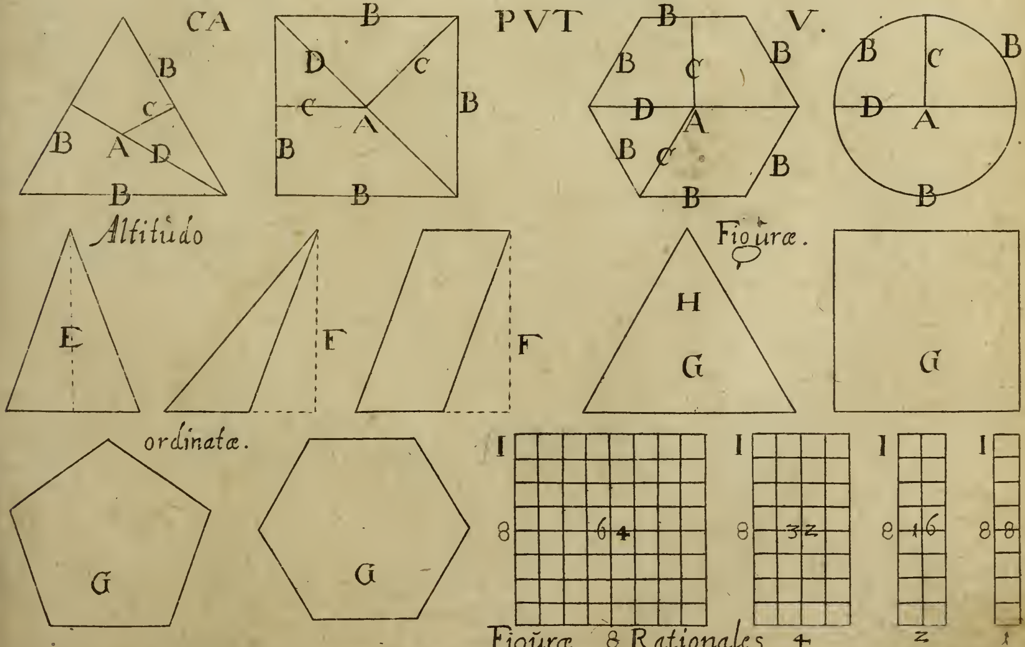



Flexuoſa.
G
Conchalis.
H
Ovalis.
I
Ovalis
I
verè ovalis.
6
1 2 3 4 5 7 8 9 10 11
Perpendicularis.
L
Norma.
M
M
M
Inclinata
N
O
Parallelæ
O
O

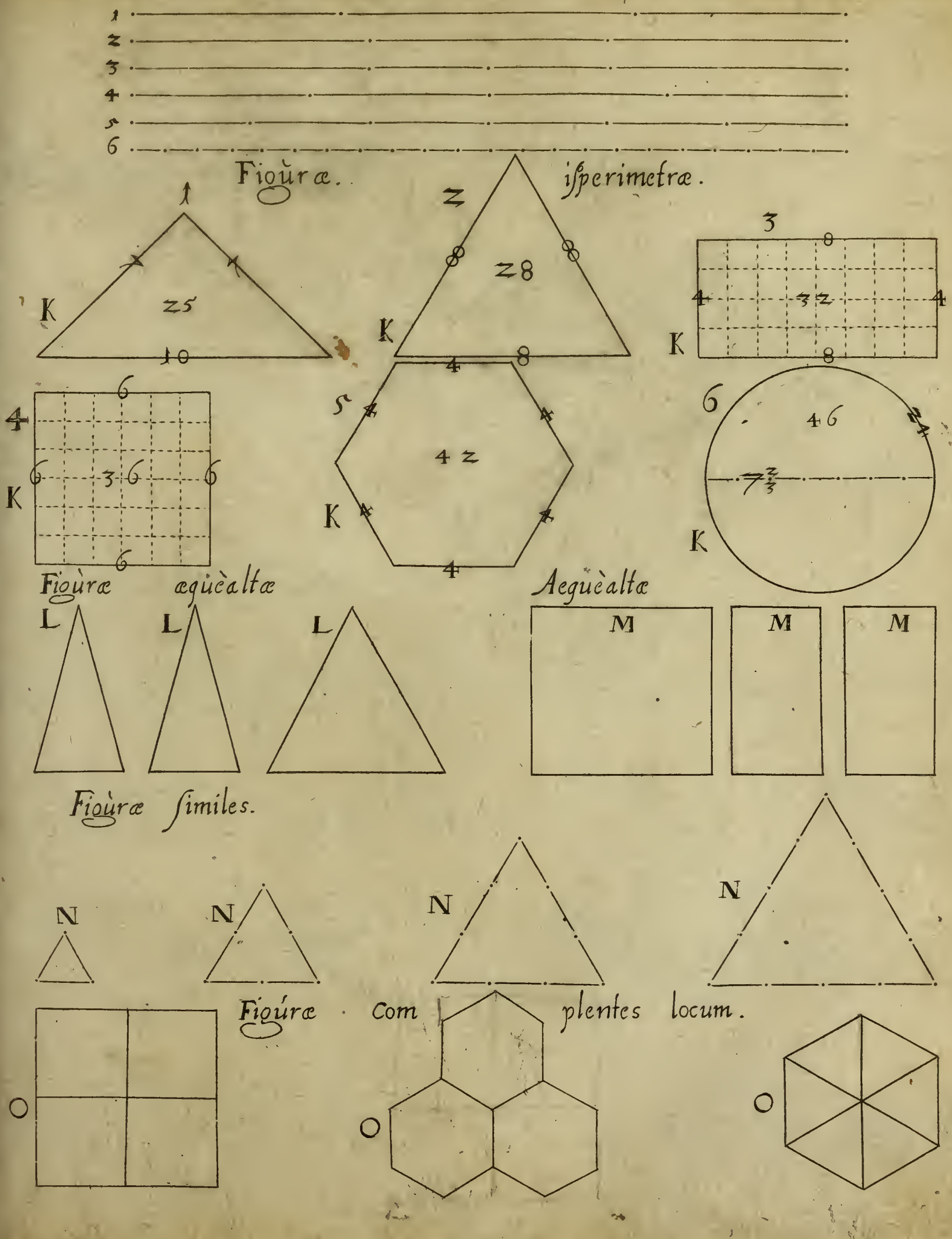
CAPVT IV.



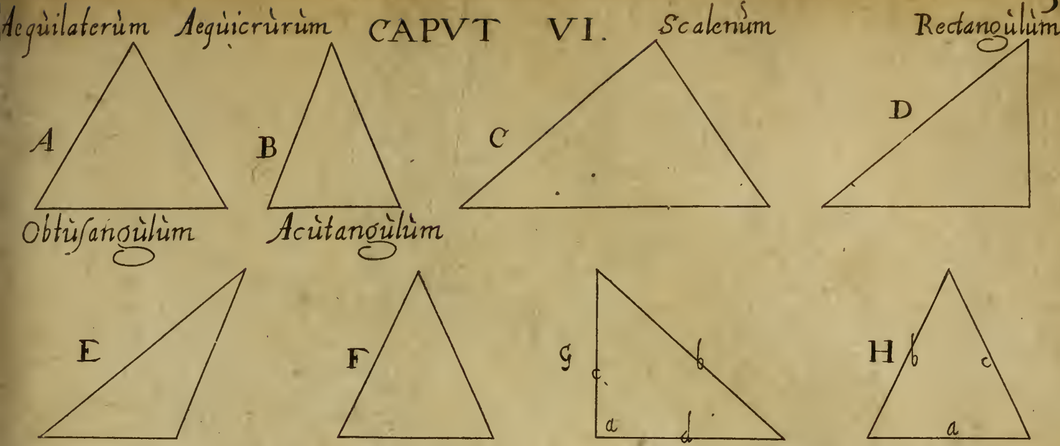
CAPVT V.



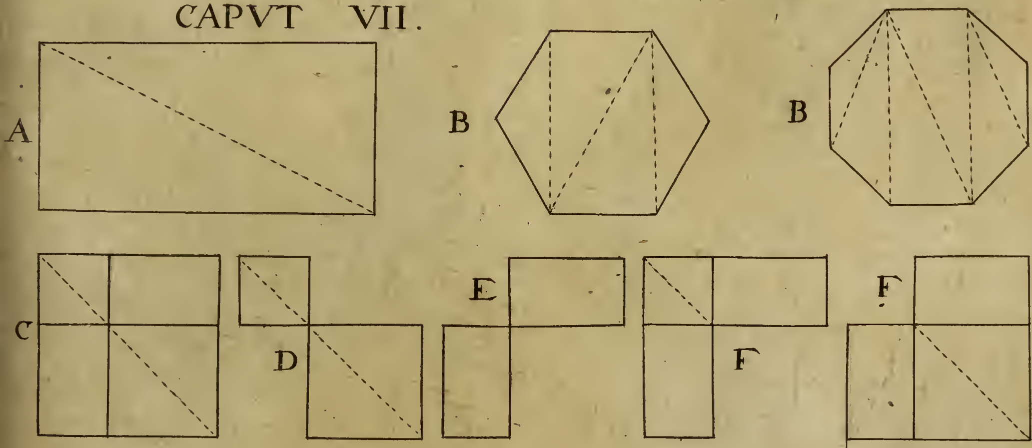
AMBITVS SINGVLARVM FIGVRAVM 24. PEDVM



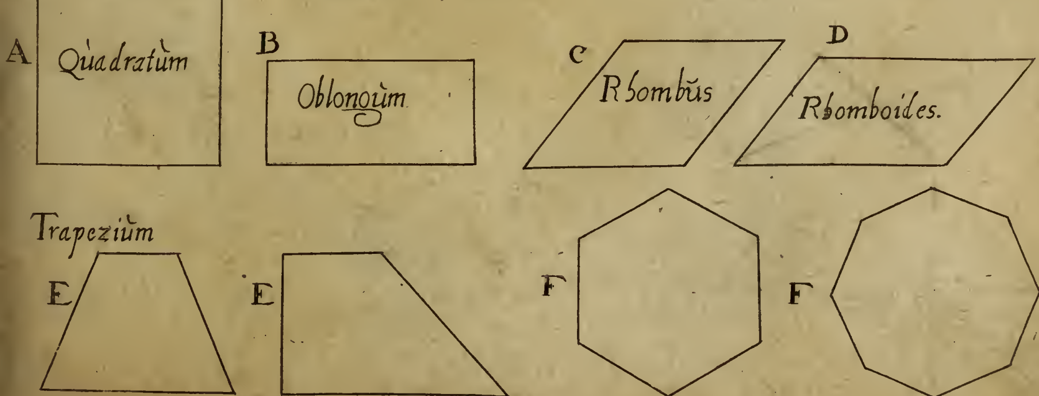
CAPVT VI.



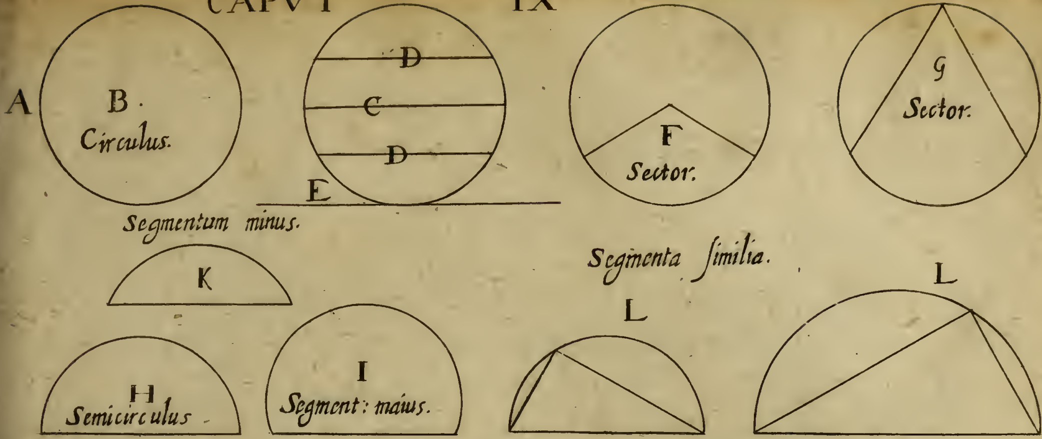
CAPVT VII.



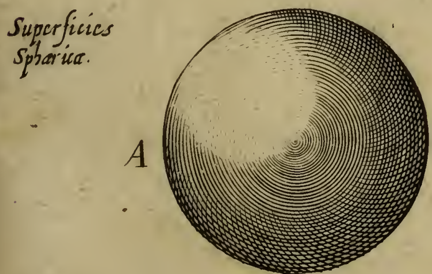
CAPVT VIII.

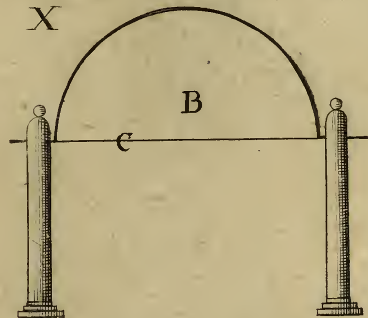


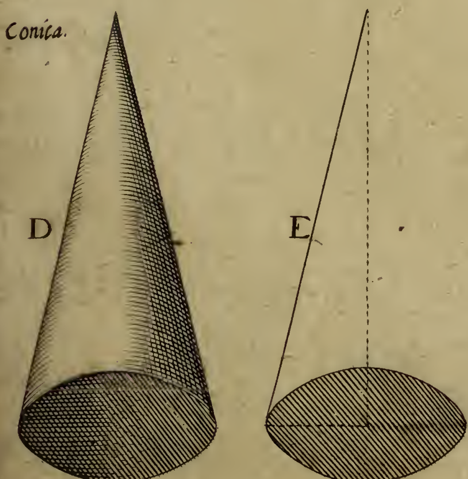
CAPVT IX

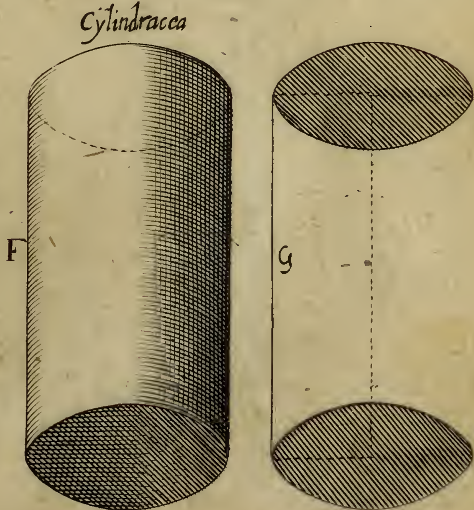


CAPVT X

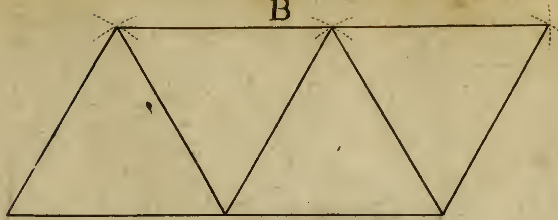


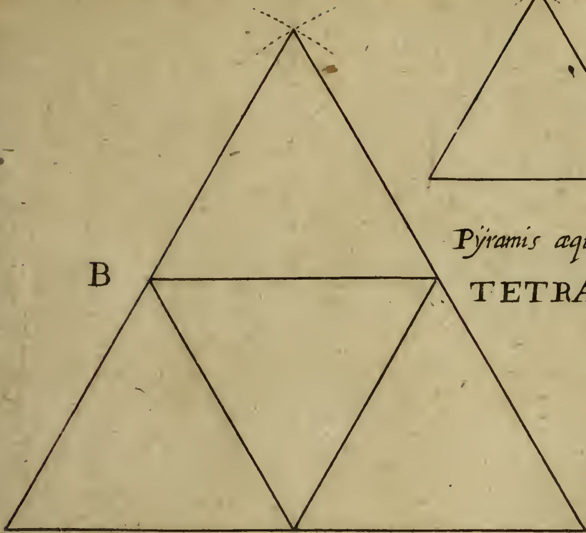




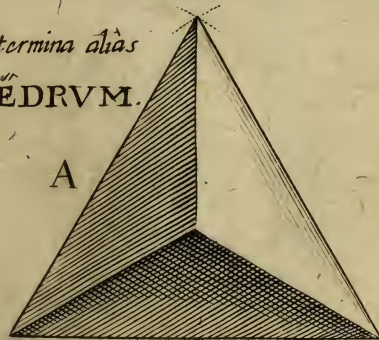


CAPVT XI

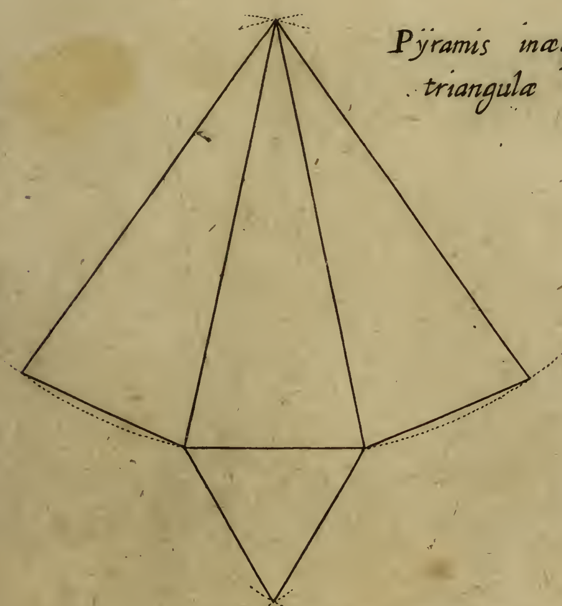


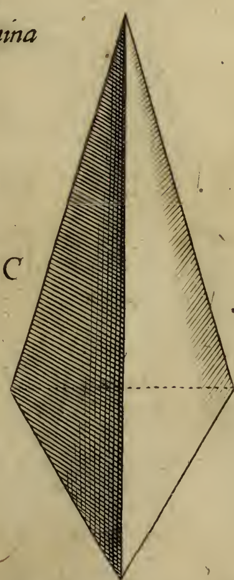


Pyramis æquitermina aliàs
TETRAËDRVM.

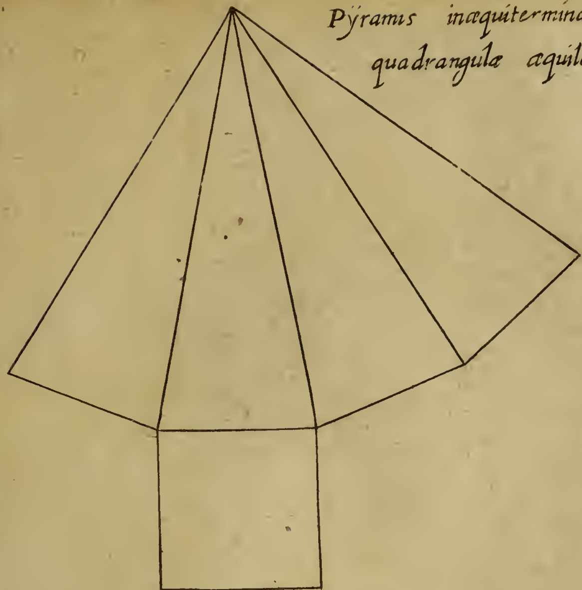


Pyramis inæquitermina triangulæ baſis.

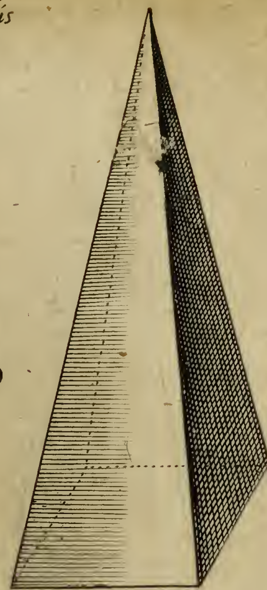




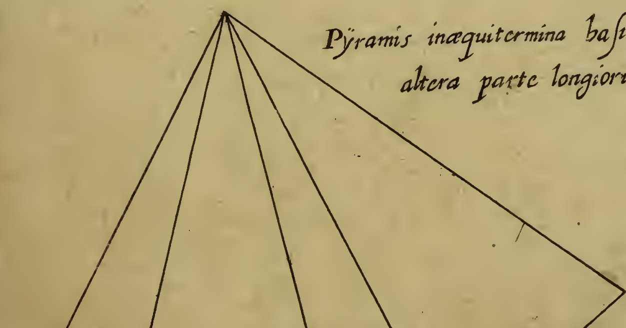
Pÿramis inæquitermina baſis quadrangulæ æquilateræ.



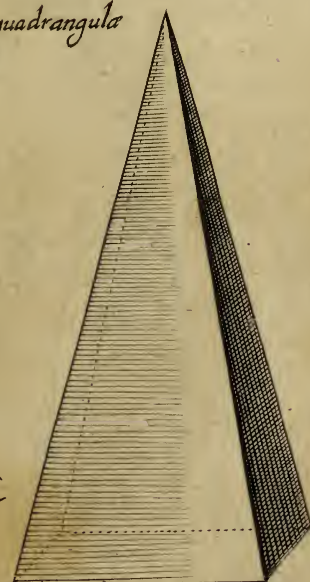
D



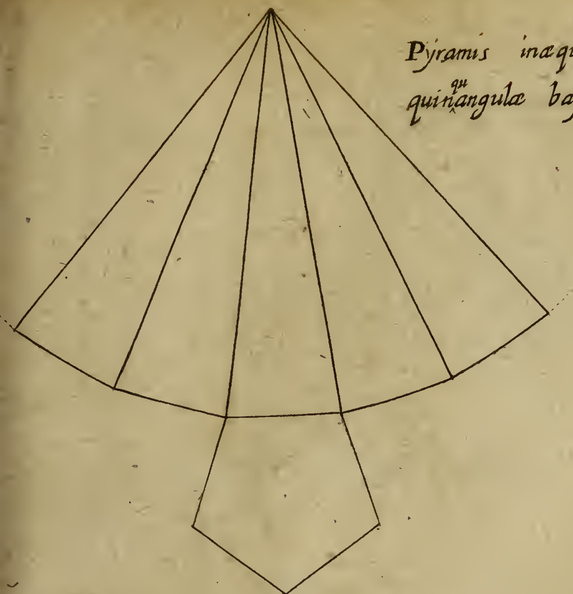
Pÿramis inæquitermina baſis quadrangulæ altera parte longioris.



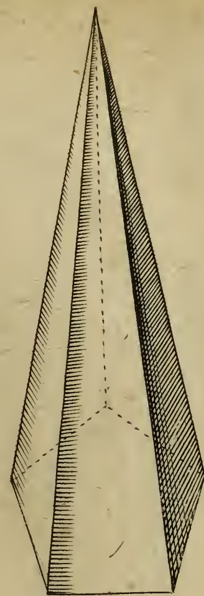
E



Pyramis inæquitermina quinquangulæ baſis.



F

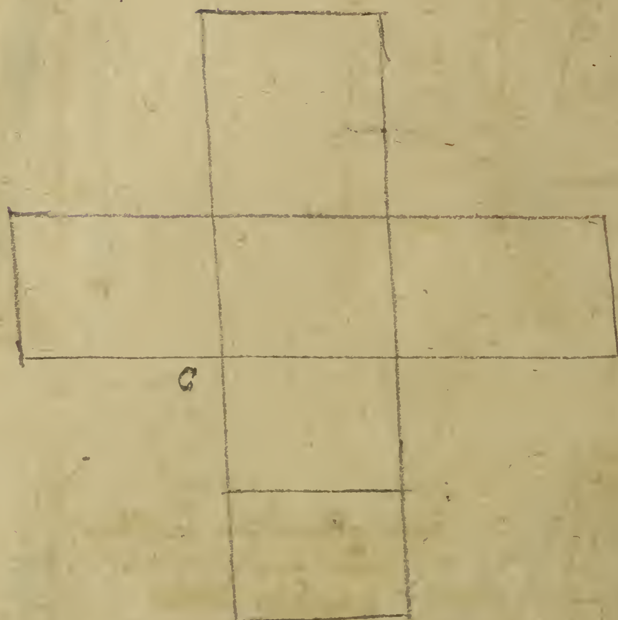


Pyramis inæquitermina ſexangulæ baſis.



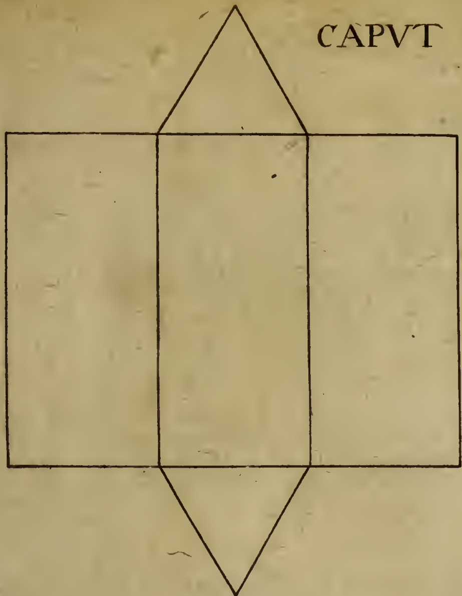
G





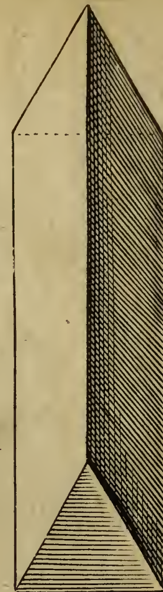
C

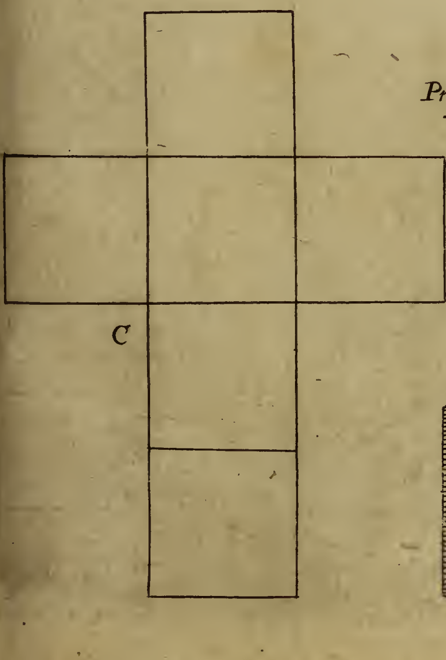
CAPVT XII.



Priſma pentaëdrum.

A



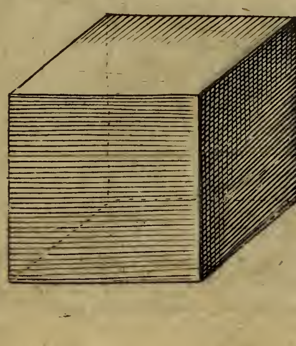


C

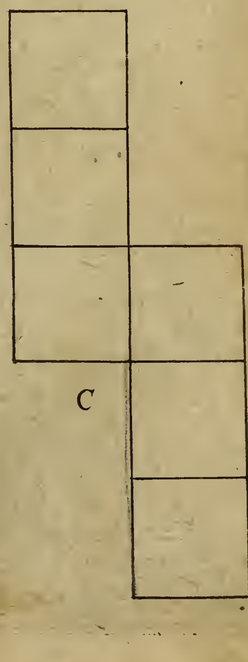
Priſma pentaëdratum, hexaëdrum, parallelepipedum, rectangu-lum, æqualium hedrarum, aliàs

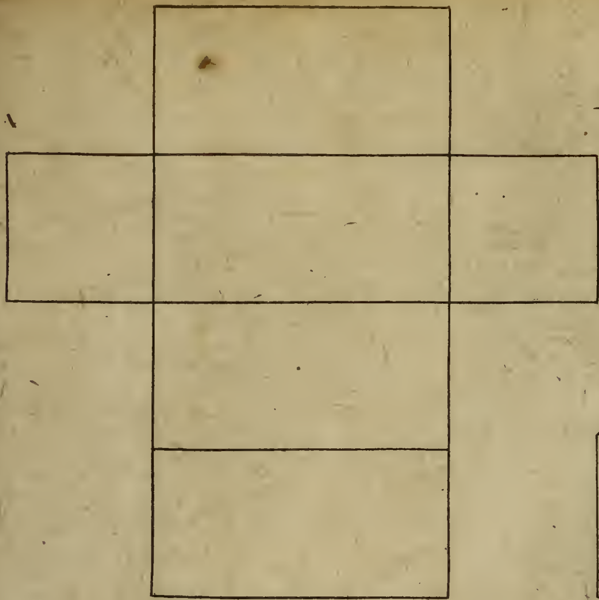
CVBVS.

B



C

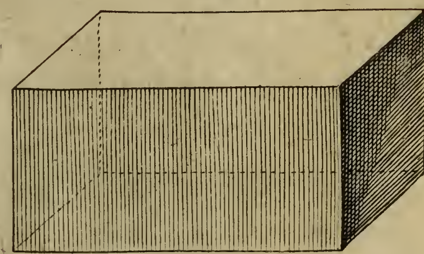




Priſma pentaëdratum, hexaëdrum parallelepipedum, rectangulum, inæqualium hedrarum, aliàs.

OBLONGVM.

D

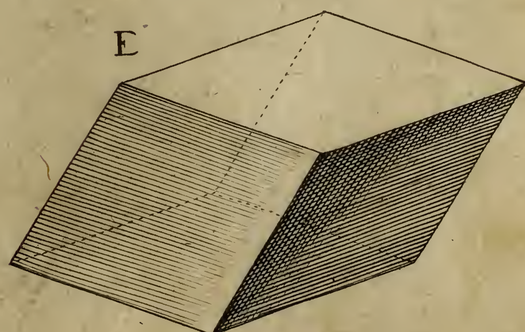




Priſma pentaëdratum, hexaëdrum parallelepipedum obliquangulum æqualium hedrarum alias

RHOMBVS.

E

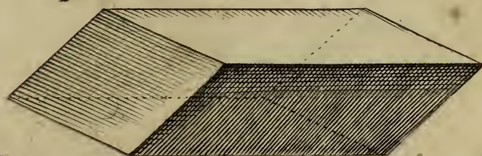


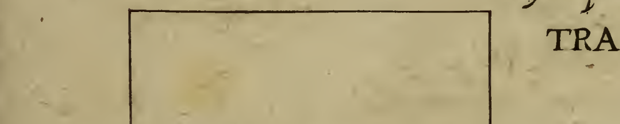


Priſma pentaëdratum, hexaëdrum, parallelepipedum, obliquangulum, inæqualium hedrarum, aliàs

RHOMBÓIDES.

F

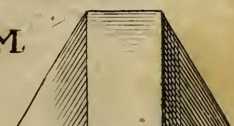




Priſma pentaëdratum, hexaëdrum.

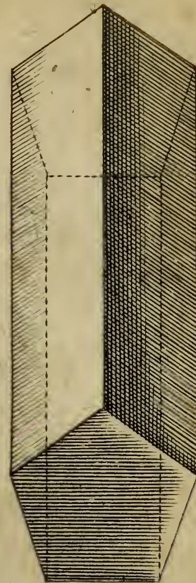
TRAPEZIVM.

G



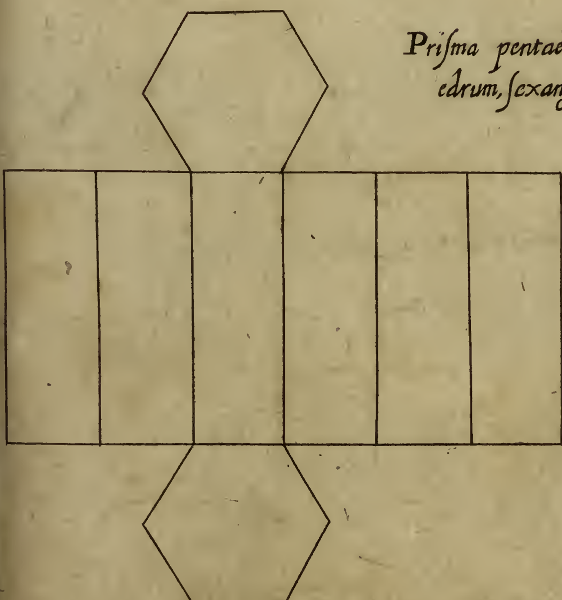
Priſma pentaëdratum polÿedrum, quinquangulæ baſis.





H

Priſma pentaëdratum polÿ. edrum, ſexangulæ baſis.



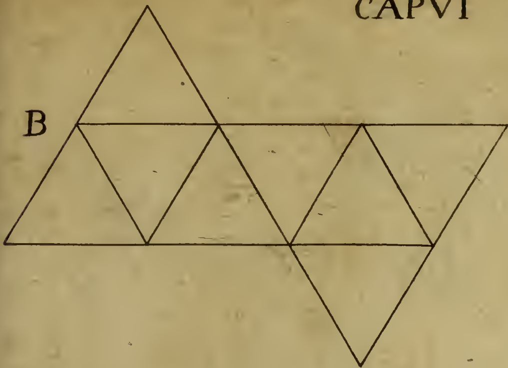


I

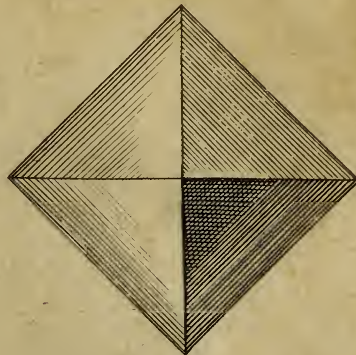
Polÿedrum miſtum ordinatum triangulæ baſis, alias OCTAËDRVM.

CAPVT XIII

B

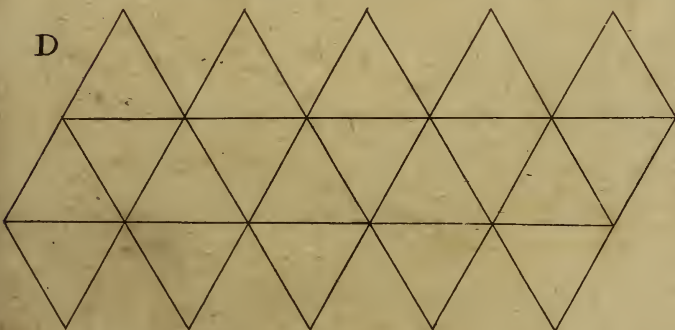


A

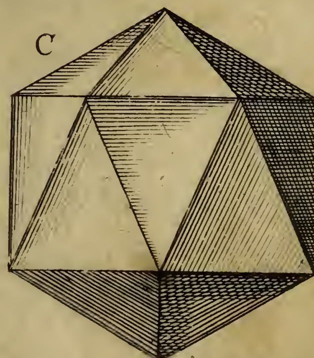


Polÿedrum miſtum ordinatum triangulæ baſis, alias ICOSAËDRVM.

D

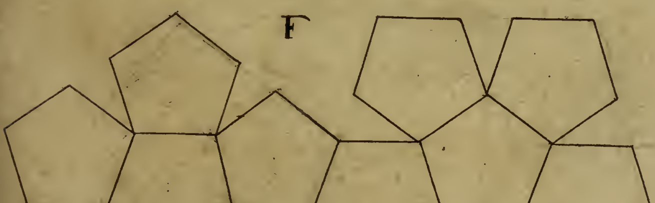


C

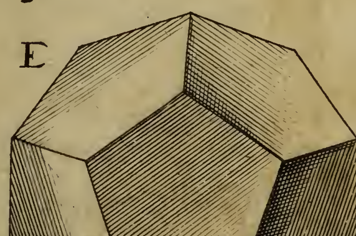


Polÿedrum mistum ordinatum quinquangulæ baſis, alias DODECAËDRVM.

F

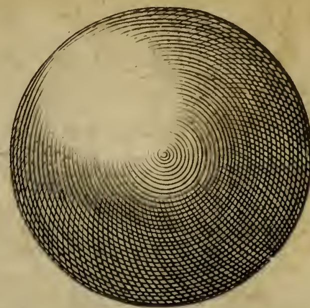


E

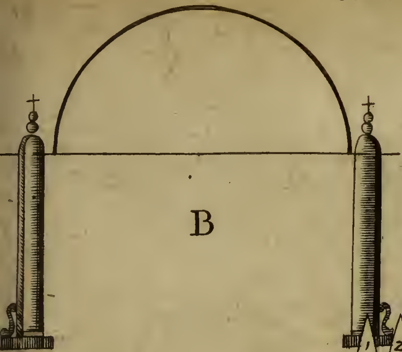


SPHÆRA.

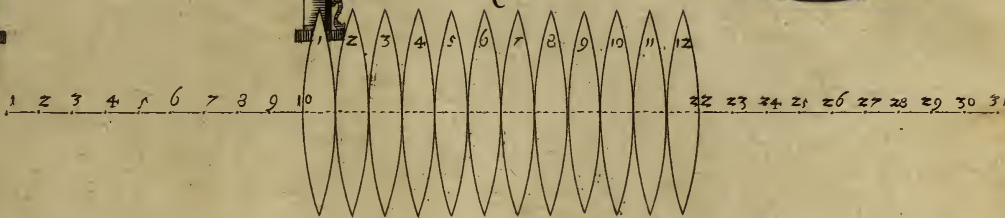
A



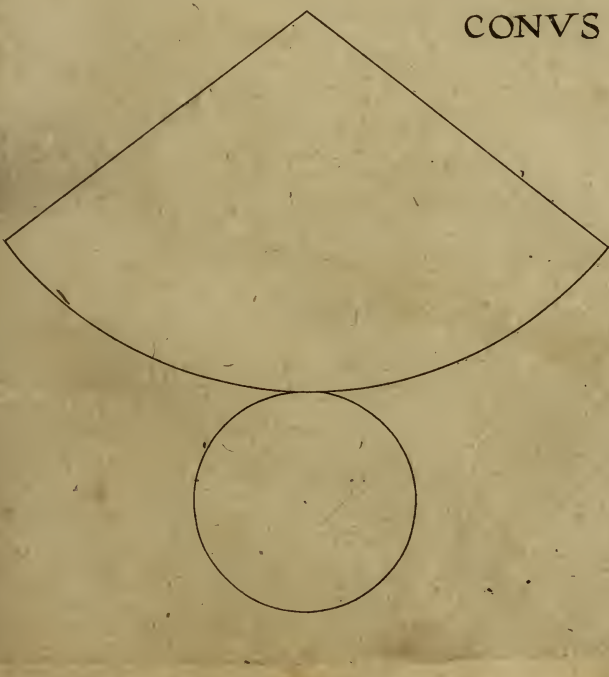
B



C



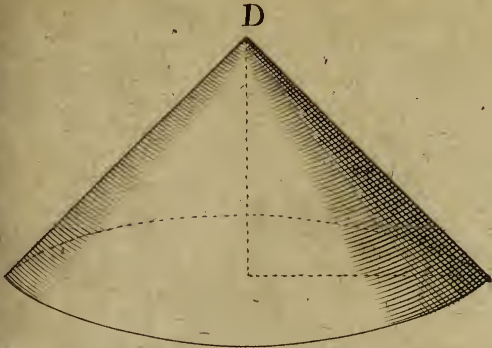
CONVS *acutangulus.*



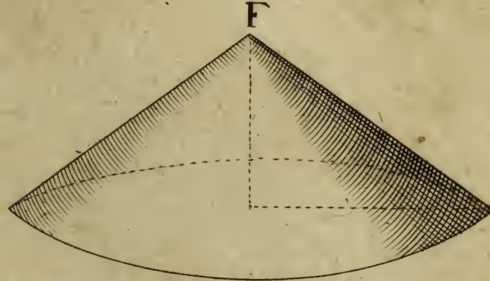
E



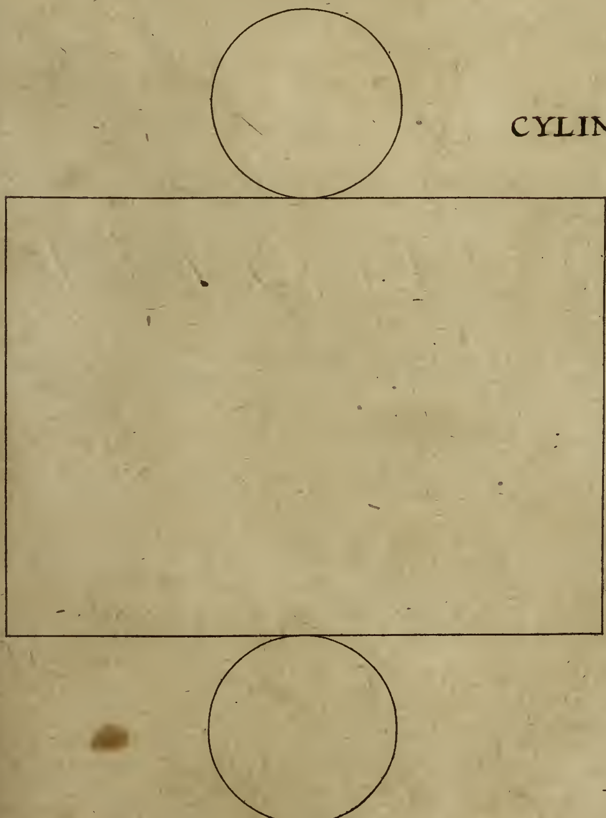
CONVS *rectangulus.*

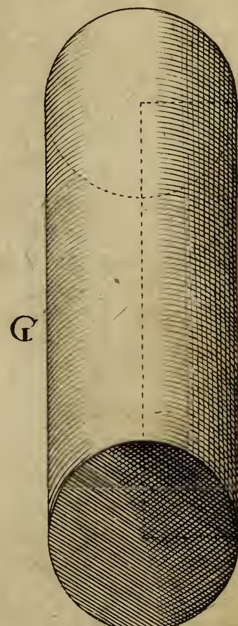


CONVS *obtuſangulus.*

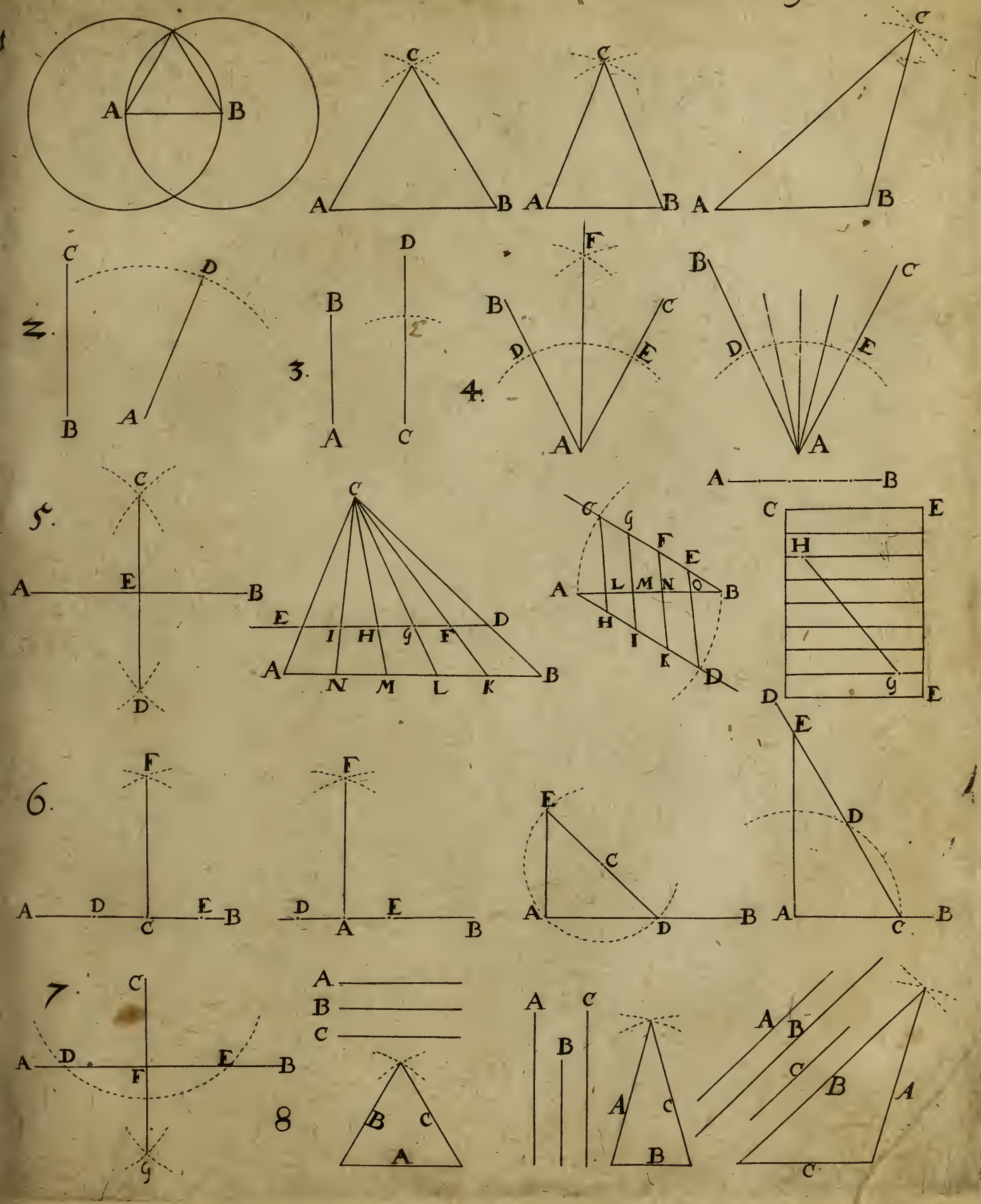


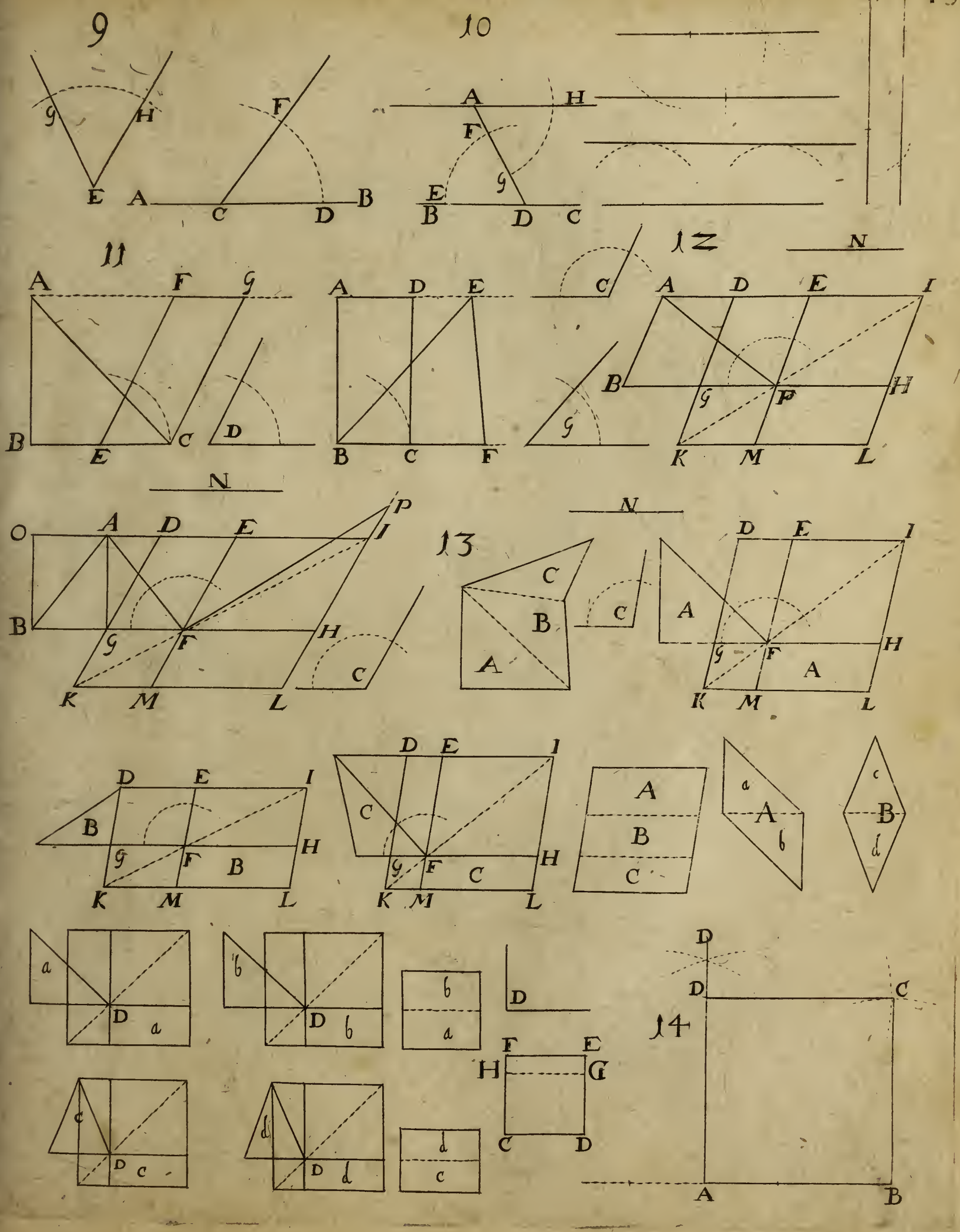
CYLINDRVS.

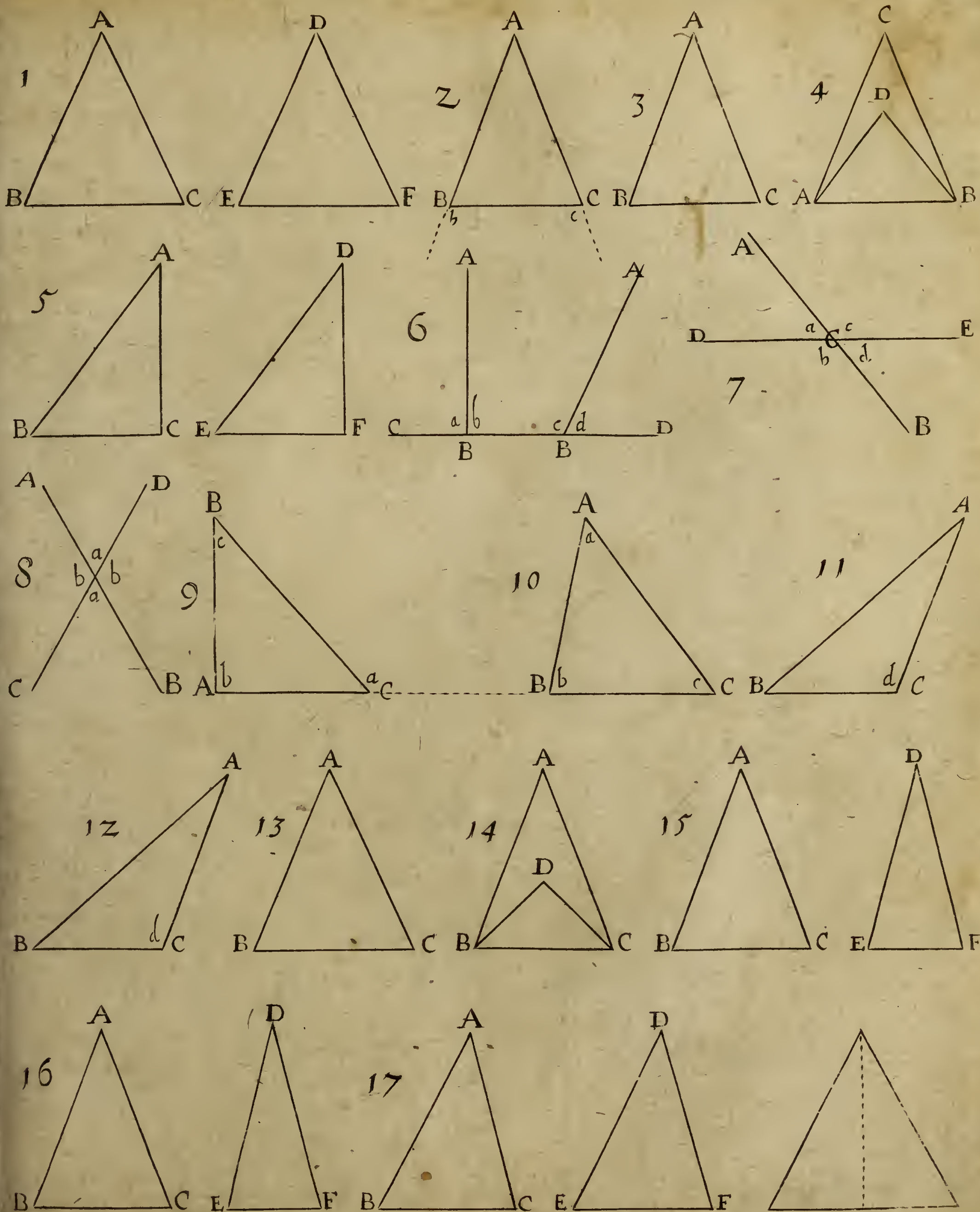


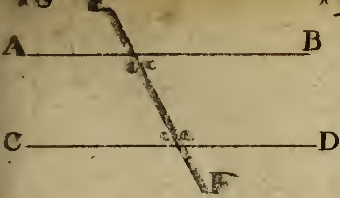


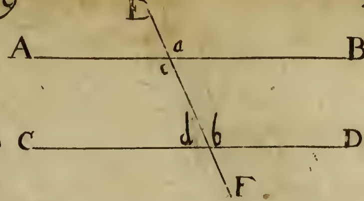
PROBLEMATA LIBRI PRIMI ELEMENTORVM GEOMETRICOR. EVCLIDIS.

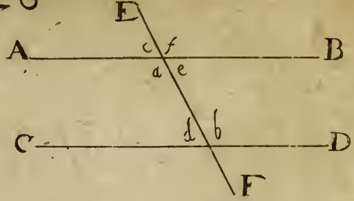


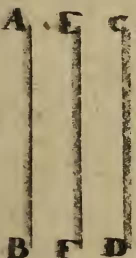

9
10
11
12
13
14

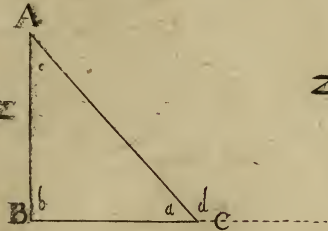

1 A B C D E F
2 A B C b c
3 A B C
4 C D A B
5 A B C D E F
6 A C a b B c d B D A
7 A D a c E b d B
8 A D a b b a C B
9 B c A b a C
10 A a B b c C
11 A B d C
12 A B d C
13 A B C
14 A D B C
15 A B C D E F
16 A B C D E F
17 A B C D E F

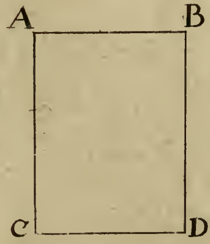
18


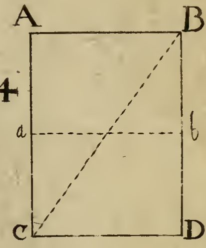
19


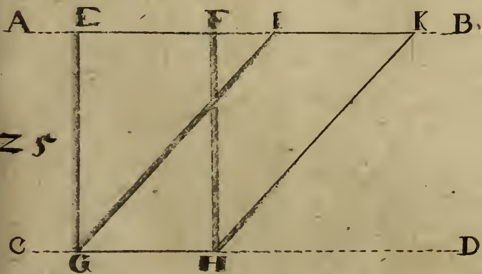
20


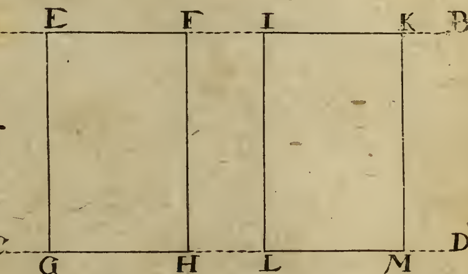
21


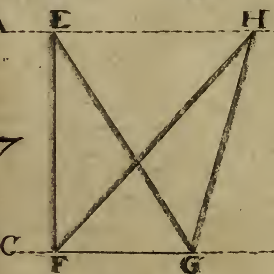
22


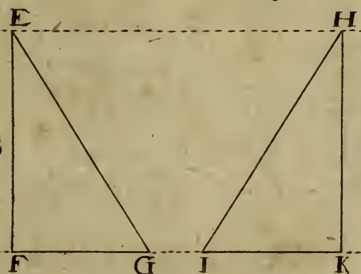
23


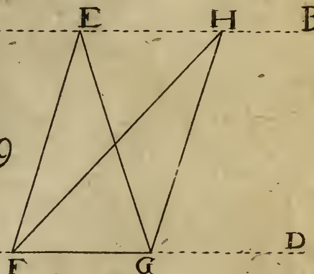
24


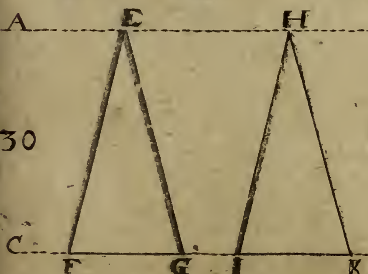
25


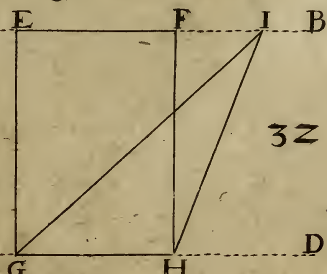
26


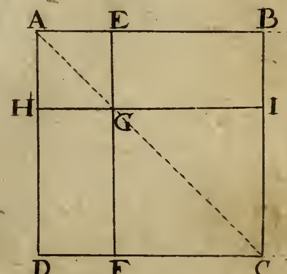
27


28


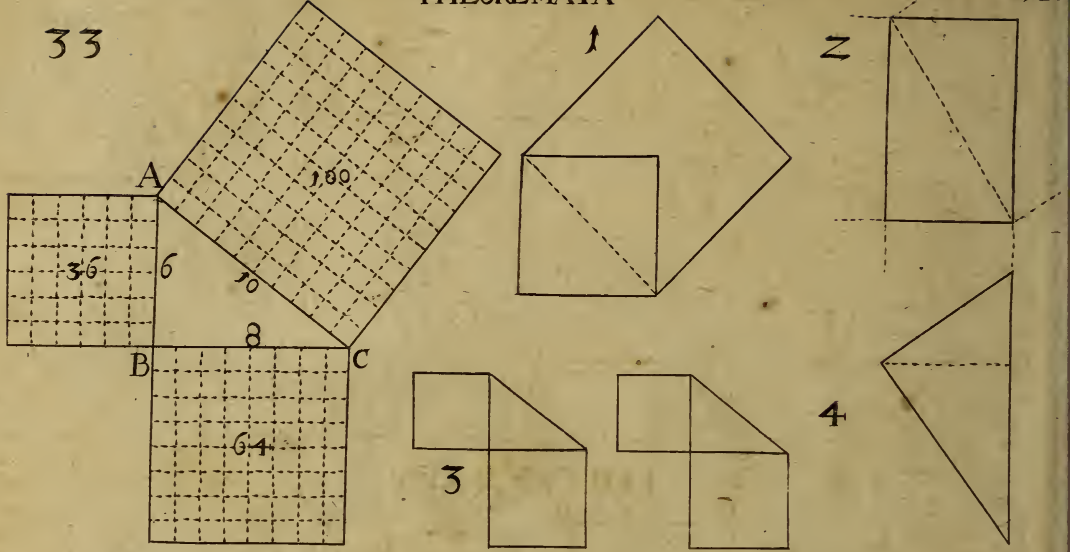
29


30


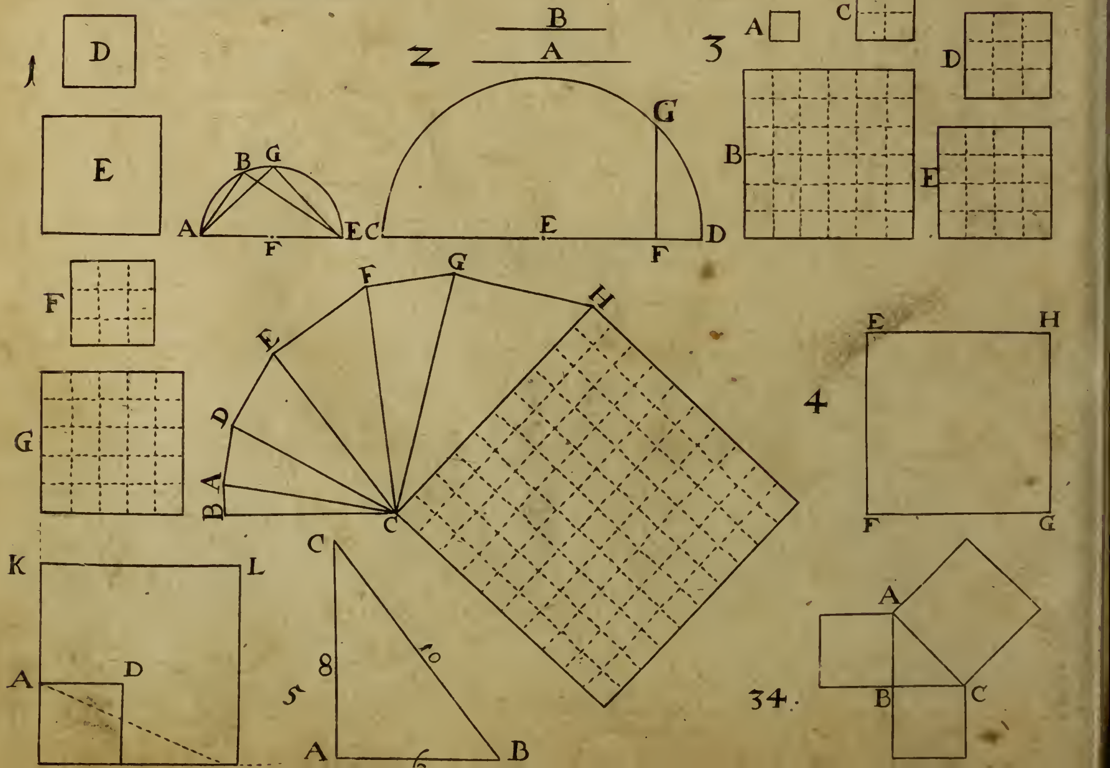
31


32


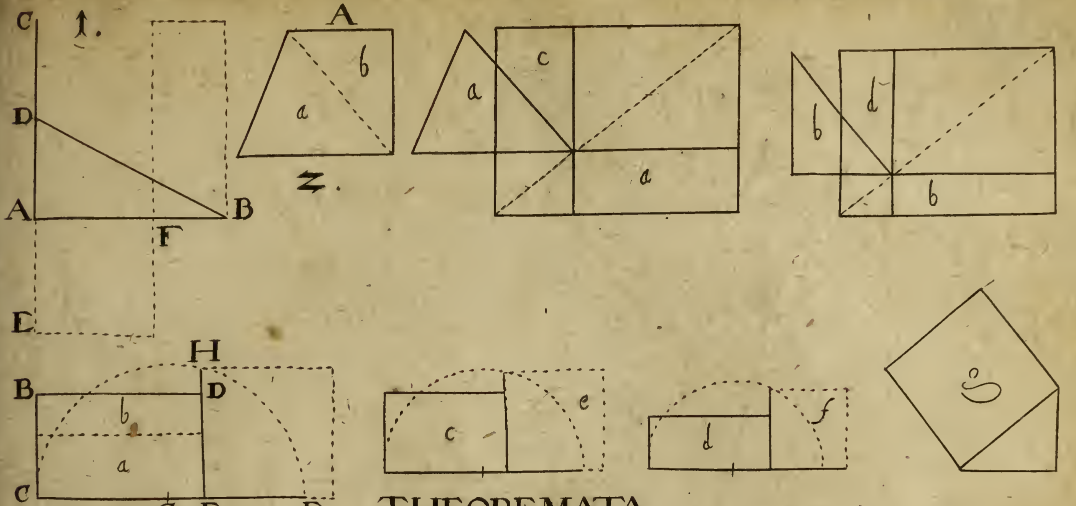
THEOREMATA



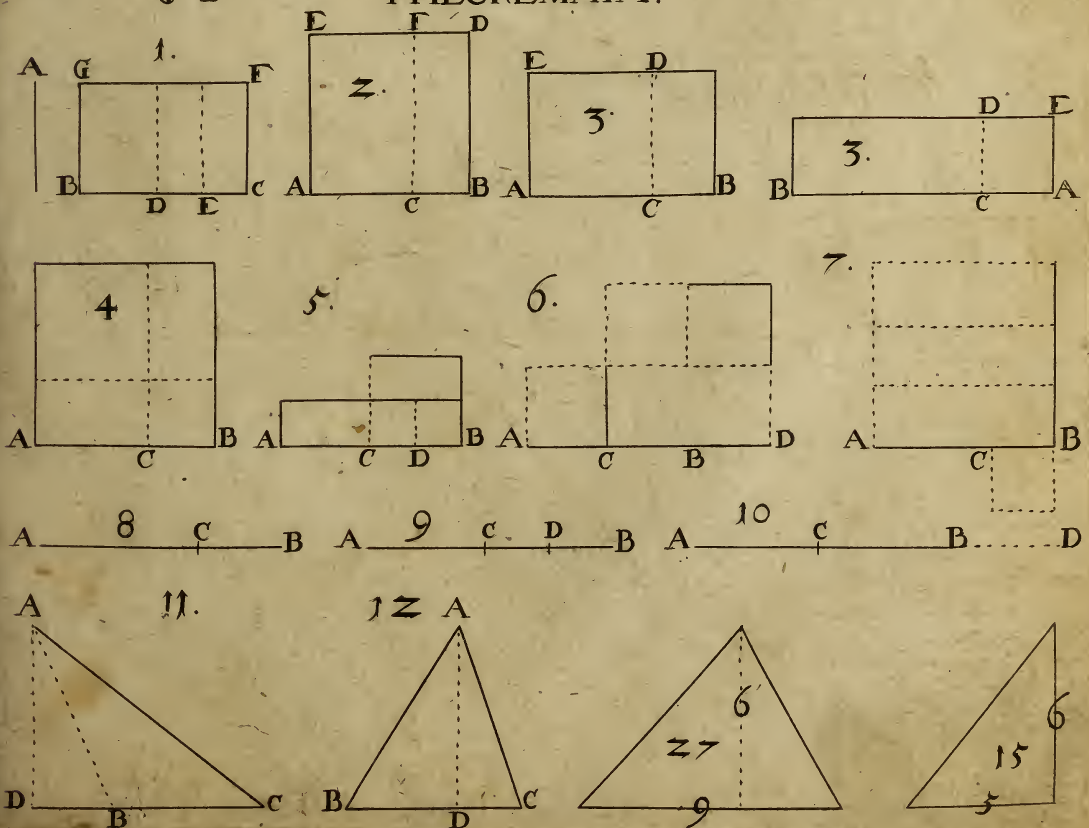
PROBLEMATA.

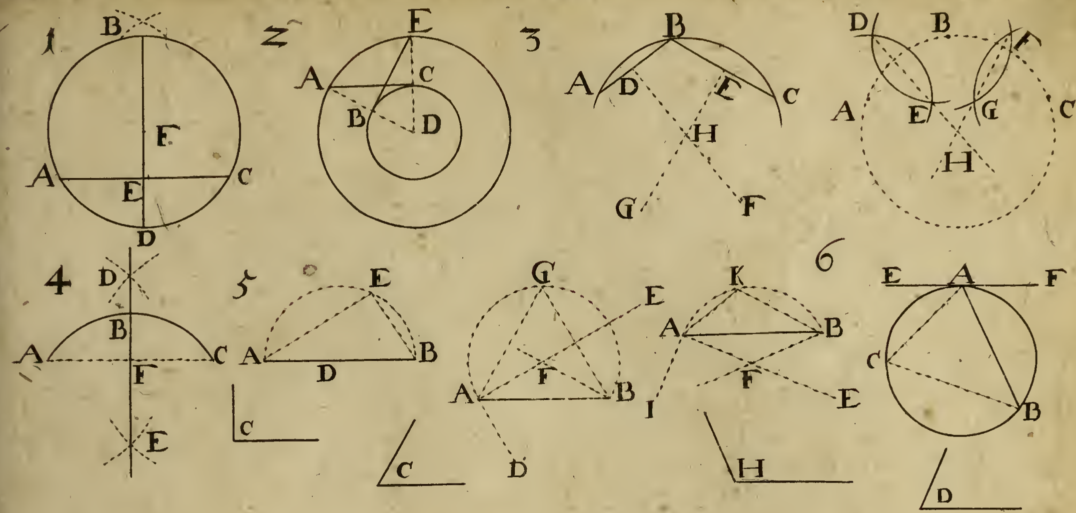


PROBLEMATA LIBRI SECVNDI ELEMENT. GEOMET. EVCLID.

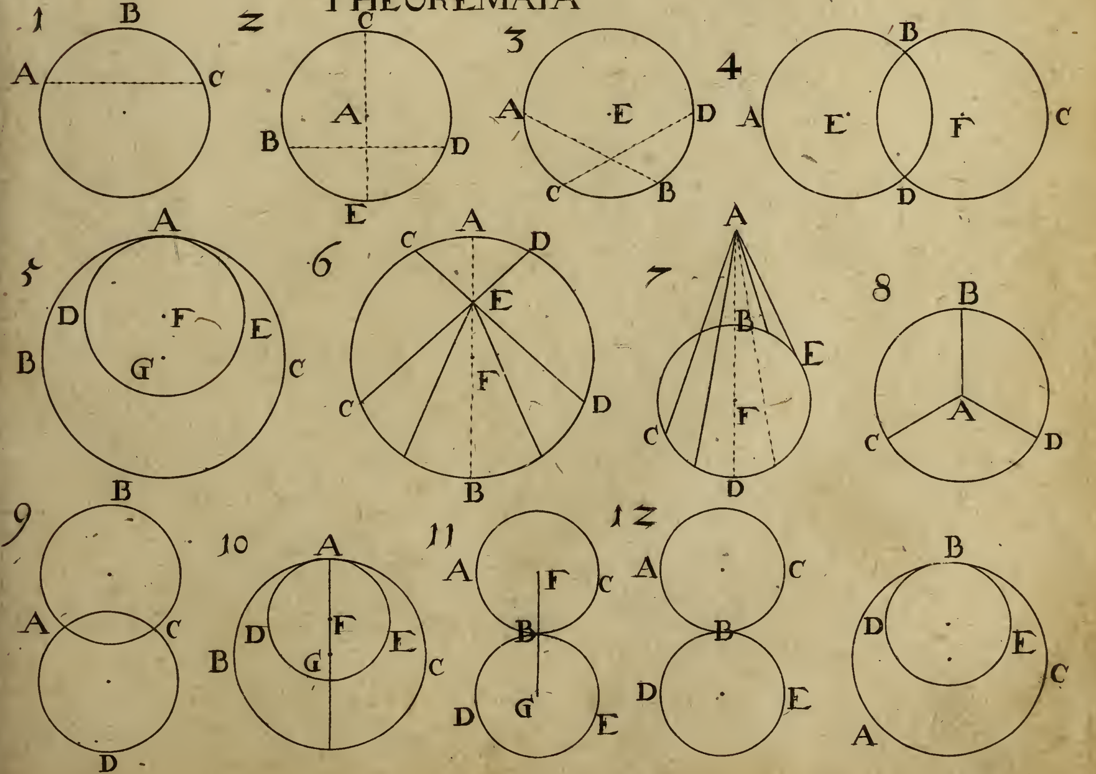


THEOREMATA.





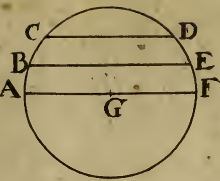
THEOREMATA



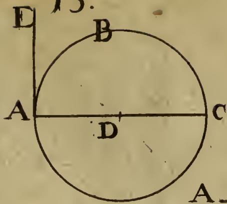
13.



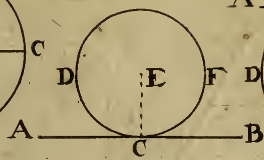
14.



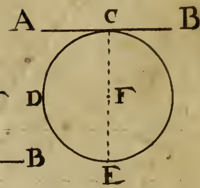
15.



16.



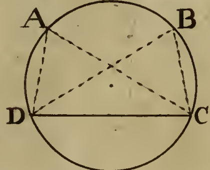
17.



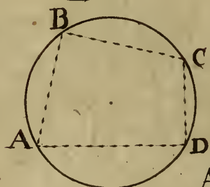
18.



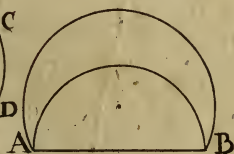
19.



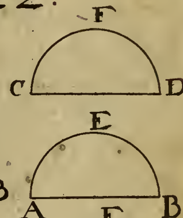
20.



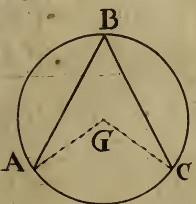
21.



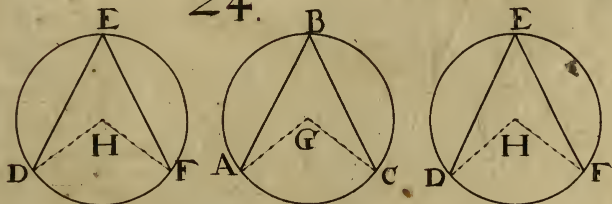
22.



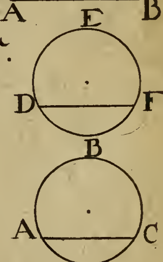
23.



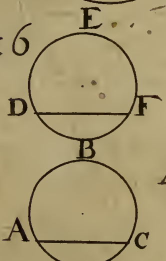
24.



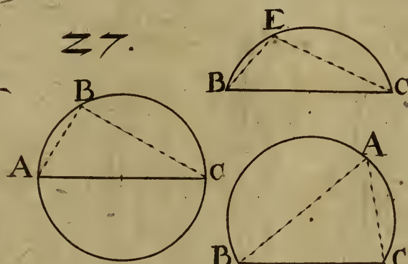
25.



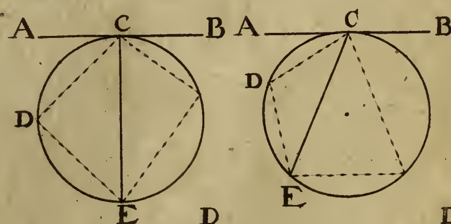
26



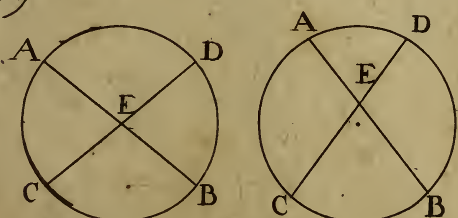
27.



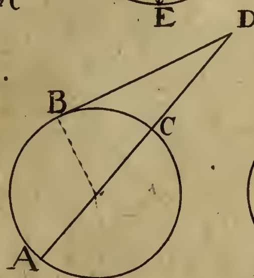
28.



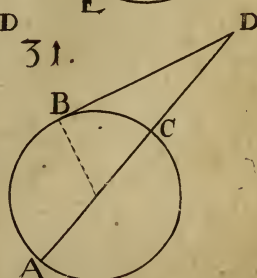
29.

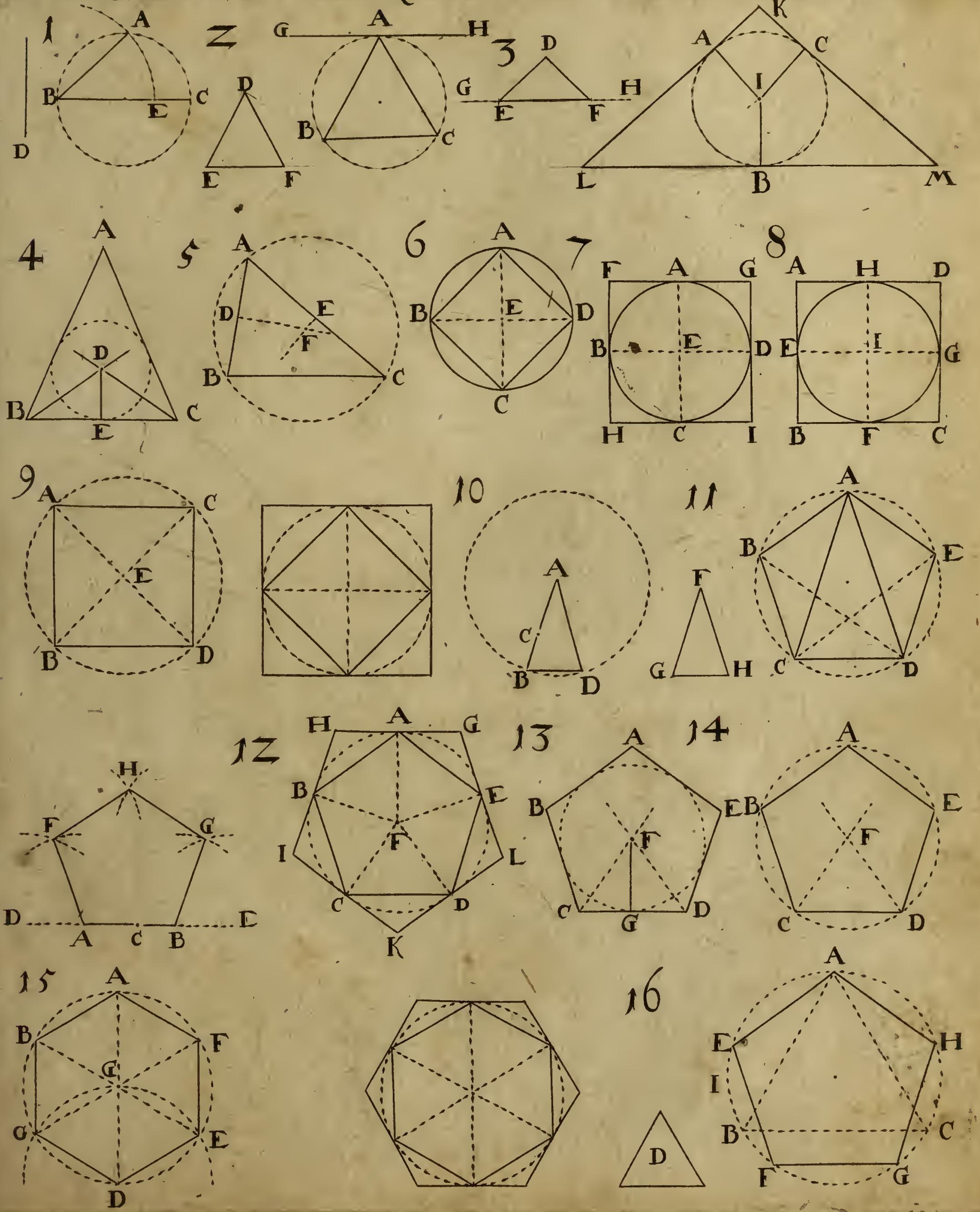


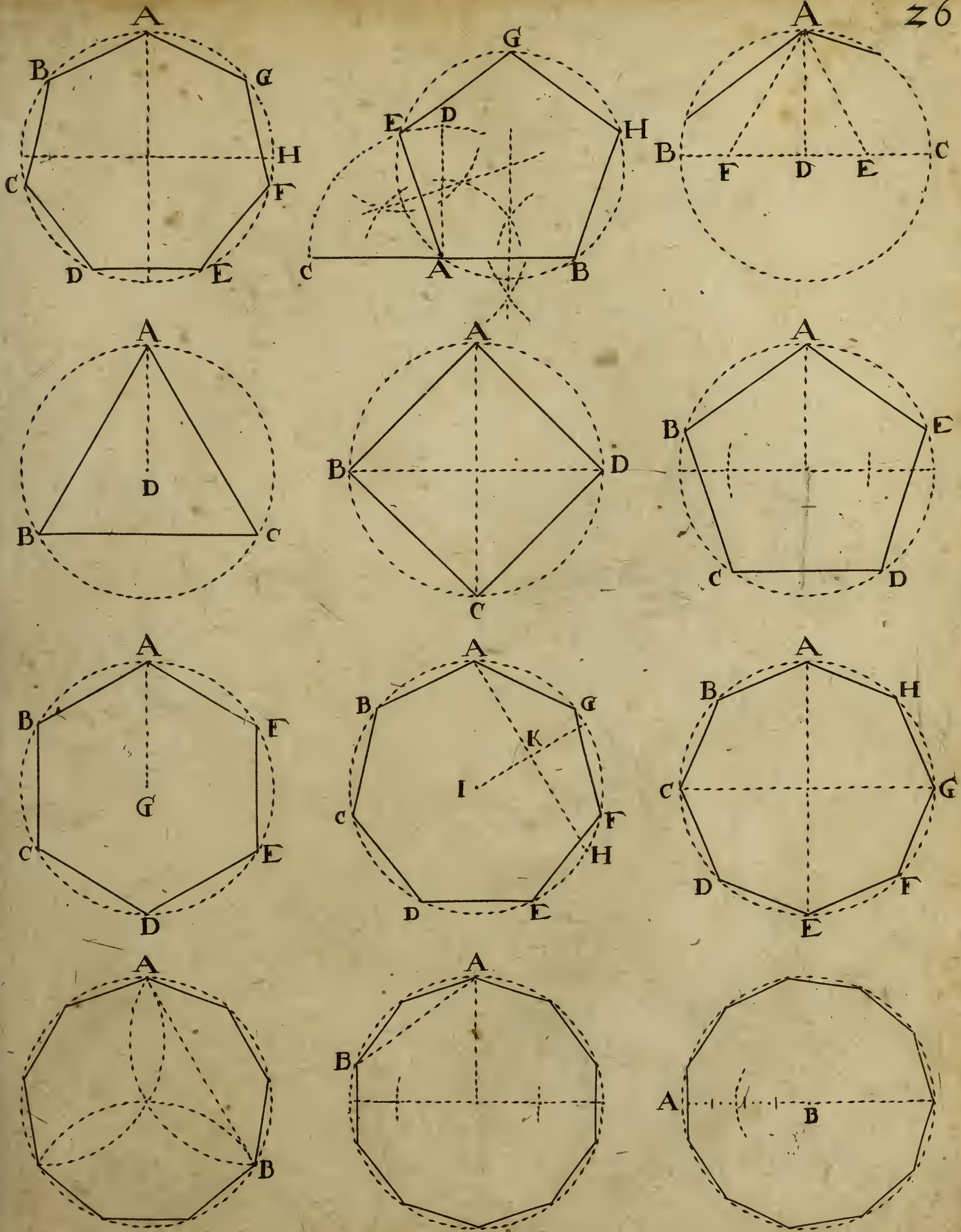
30.

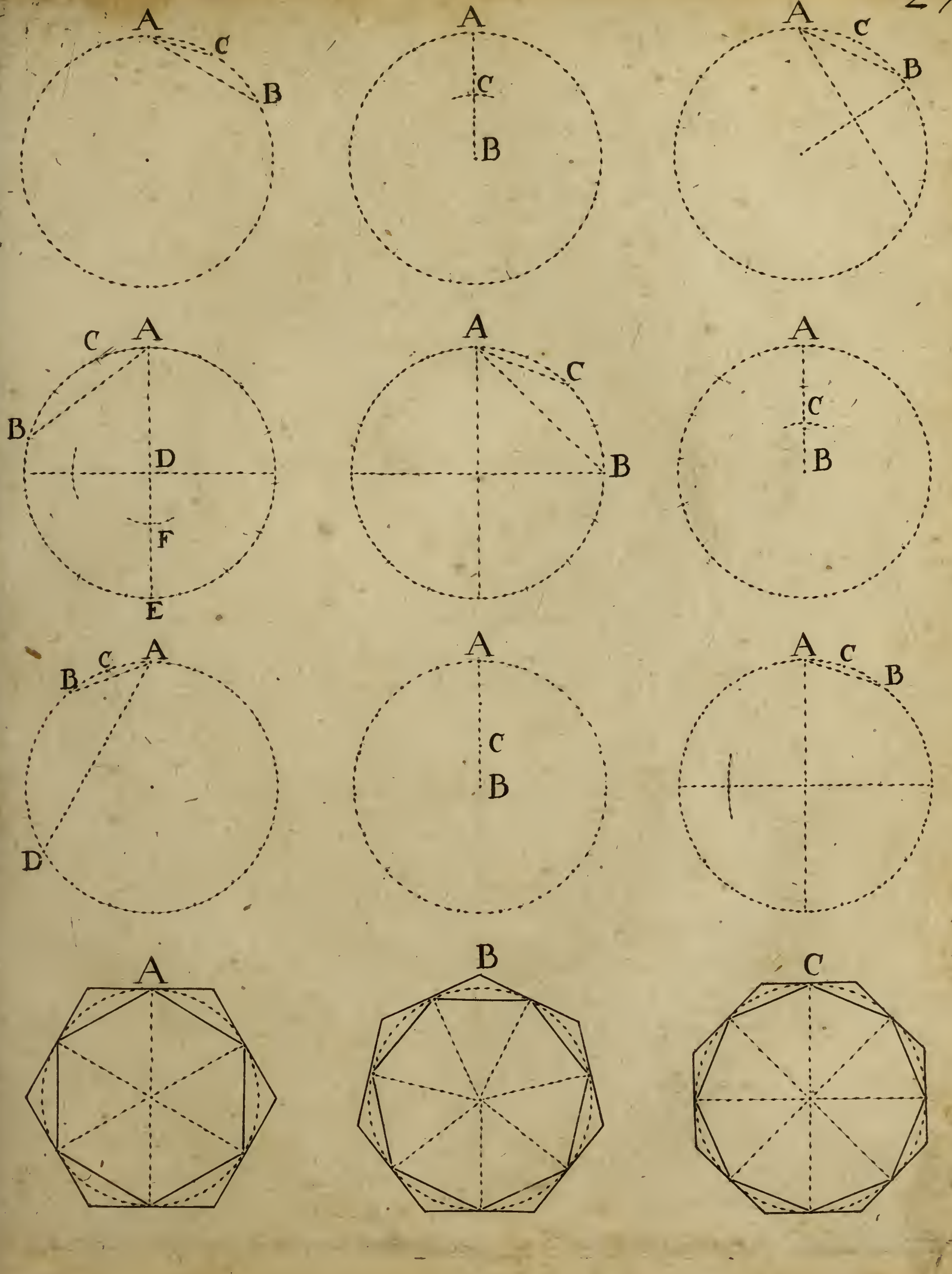


31.

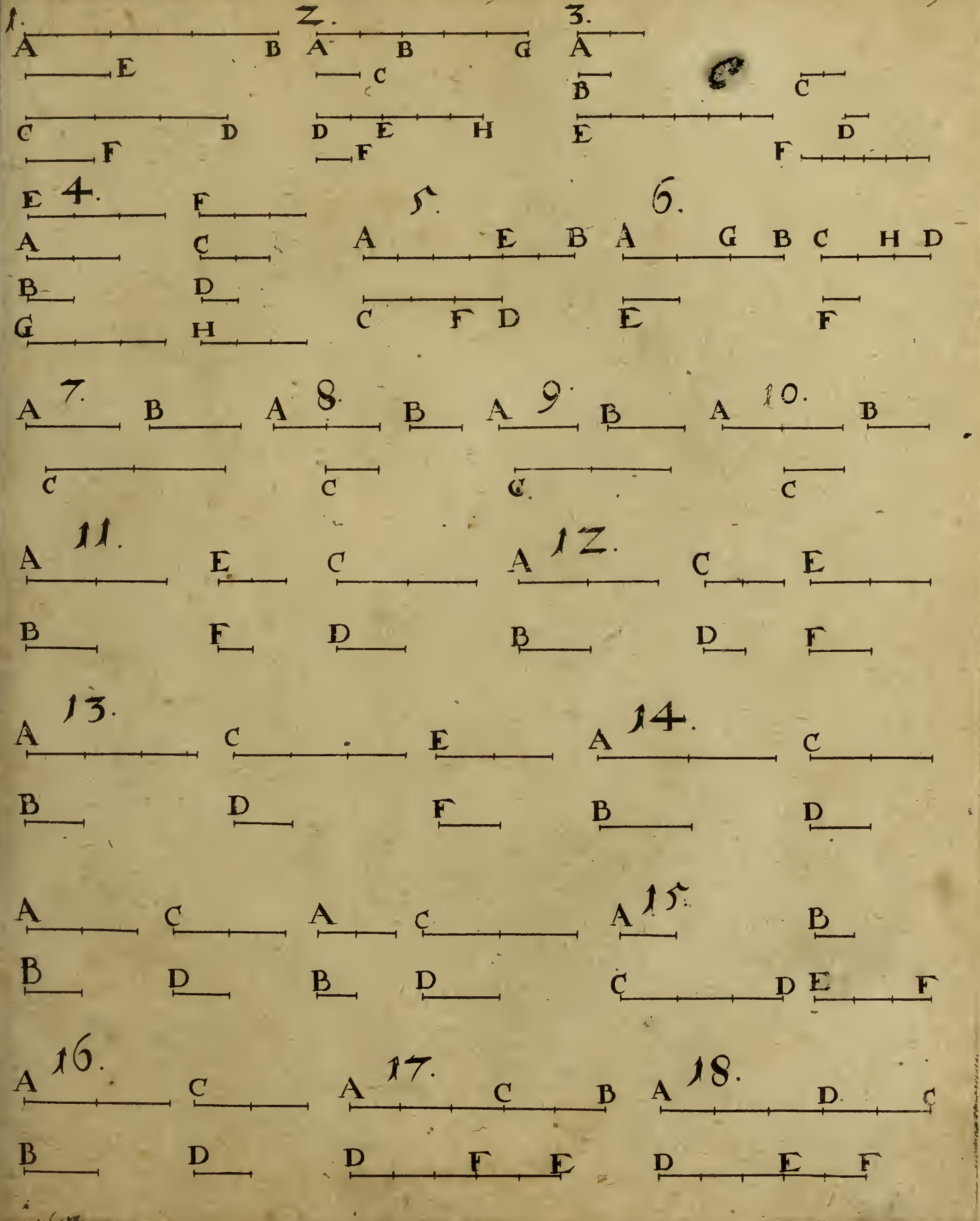


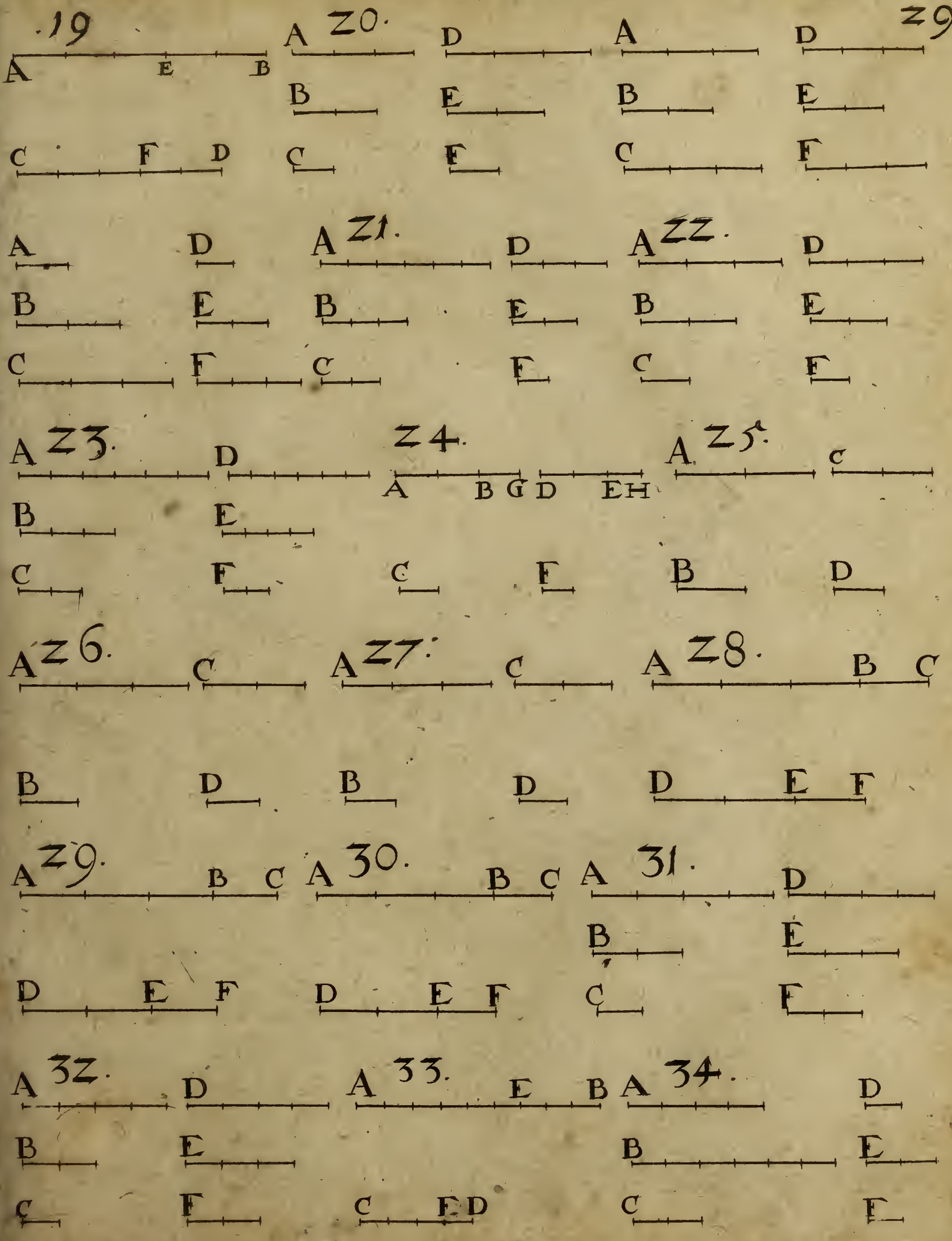

1 A B C D E
2 D E F G A H B C
3 D G H E F K A C I L B M
4 A D B C E
5 A D E F B C
6 A B E D C
7 F A G B E D H C I
8 A H D E I G B F C
9 A C E B D
10 A C B D
11 F G H A B E C D
H F G D A C B E
12 H A G B E F I L C D K
13 A B E F C G D
14 A B E F C D
15 A B F G E D
16 A E H I D B C F G

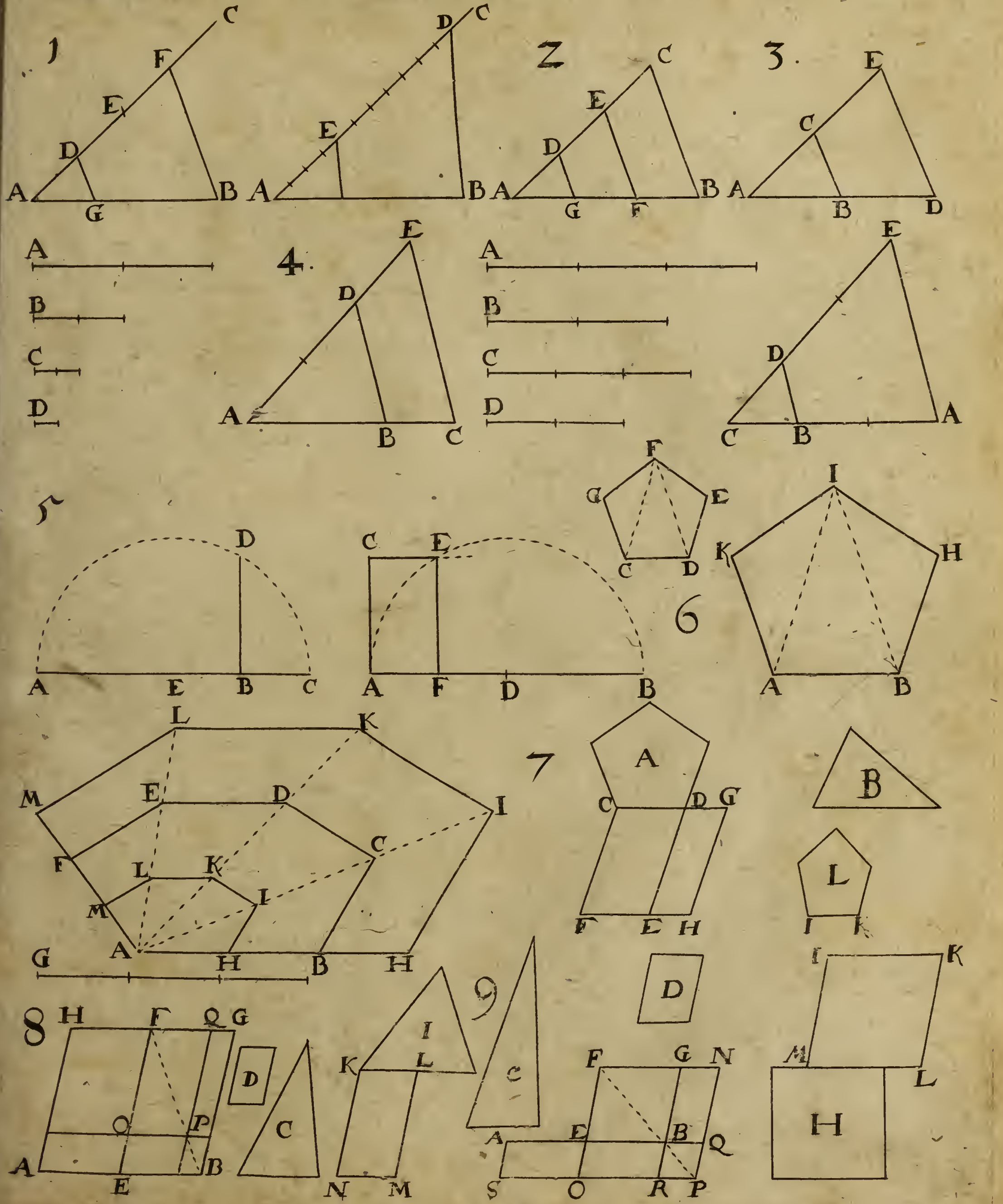

A B G H C F D E
G E D H C A B
A B F D E C
A D B C
A B D C
A B E C D
A B F G C E D
A B G K I C F H D E
A B H C G D F E
A B
A B
A B

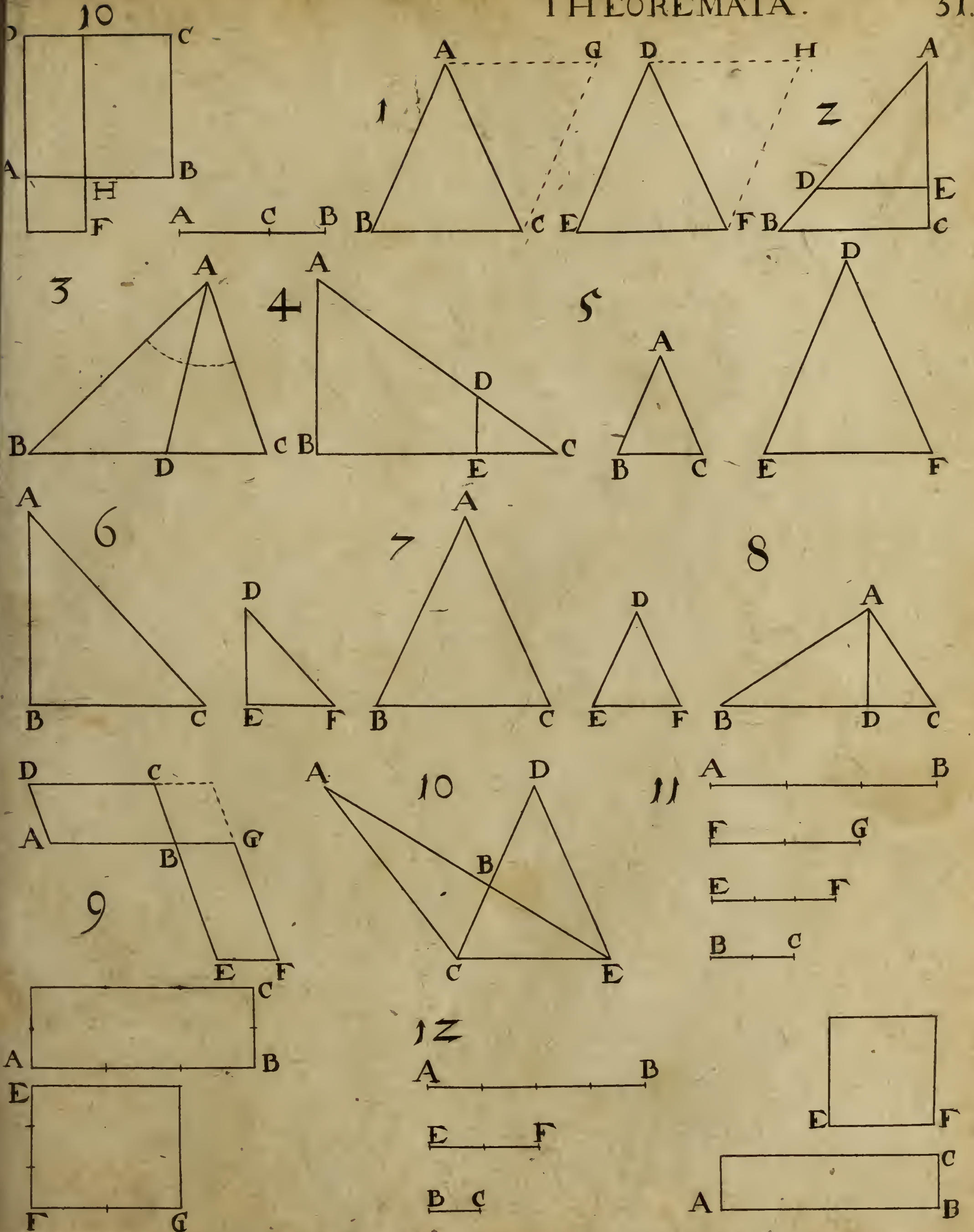

A C B
A C B
A C B
C A B D F E
A C B
A C B
B C A D
A C B
A C B
A
B
C

THEOREMATA LIB: V. ELEM: GEOM: EVCLIDIS

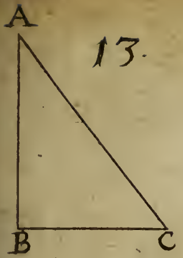



19
A E B
C F D
A 20.
D
B
E
C
F
A
D
B
E
C
F
A D
B E
C F
A 21.
D
B
E
C
F
A 22.
D
B
E
C
F
A 23.
D
B
E
C
F
24.
A B G D E H
C
F
A 25.
C
B
D
A 26.
C
B
D
A 27.
C
B
D
A 28.
B C
D E F
A 29.
B C
D E F
A 30.
B C
D E F
A 31.
D
B
E
C
F
A 32.
D
B
E
C
F
A 33.
E B
C F D
A 34.
D
B
E
C
F

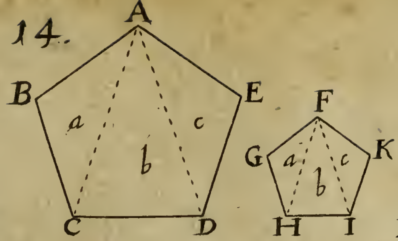

1
2
3
4
5
6
7
8
9
A
B
C
D
L
H
I


10
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12

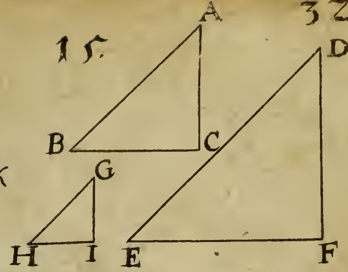
13.



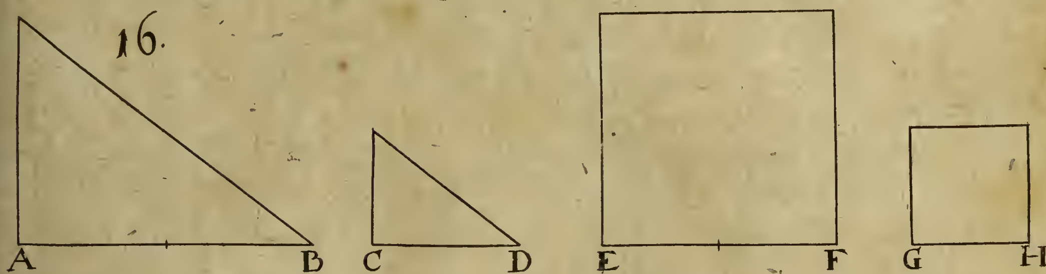
14.



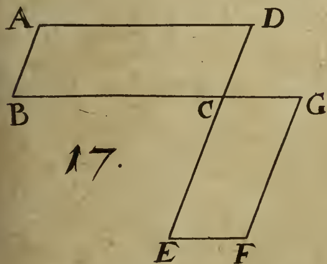
15.



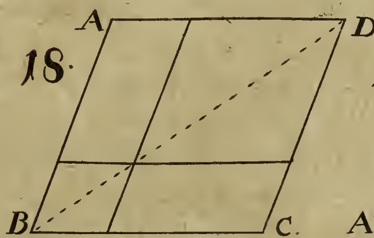
16.



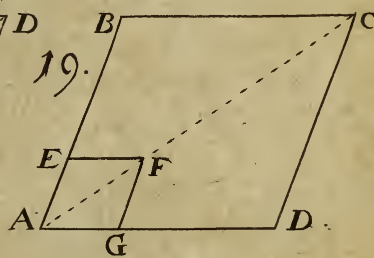
17.



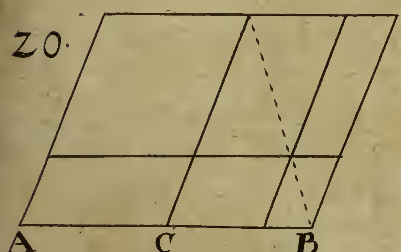
18.



19.



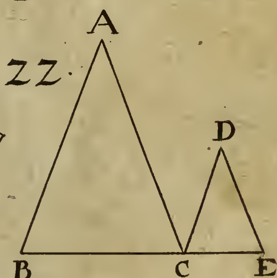
20.



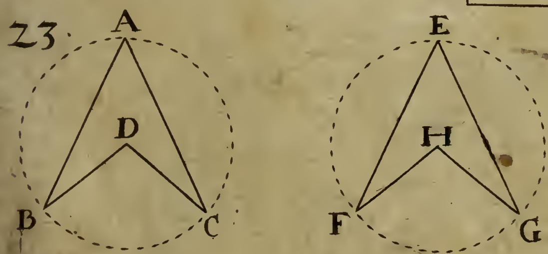
21.



22.



23.



FINIS LIBRI SEXTI
ELEMENT: GEOMET:
EVCLIDIS.